

文章编号 : 1672-2892(2010)01-0071-06

连续相位调制信号的信噪比估计

李 娟

(电子科技大学 电子工程学院, 四川 成都 611731)

摘 要 :针对连续相位调制(CPM)信号信噪比估计子空间分解算法运算量较大和最大似然估计(MLE)算法信噪比小于 0 dB 时精确度差的问题,提出了一种精确度较高的快速算法。该算法是对常用的最大似然算法的改进,利用接收信号的统计和互相关特性,无需获得信号的初始相位,便可快速准确地估计出信号的信噪比。信噪比在 -20 dB~20 dB 之间时,估计误差小于 1 dB。MATLAB 和 FPGA 仿真验证了该算法的有效性。

关键词 :连续相位调制;最大似然估计;概率密度函数;信噪比

中图分类号:TN911.75

文献标识码:A

An estimation algorithm for the SNR of continuous phase modulation signal

LI Juan

(School of Electronic Engineering, UESTC, Chengdu Sichuan 611731, China)

Abstract : Aiming at reducing the large amount of computation of Sub Space Decomposition(SSD) algorithm and improving the poor precision(when signal to noise ratio is below 0 dB) of the Maximum Likelihood Estimation(MLE) algorithm to estimate the signal to noise ratio of the Continuous Phase Modulation(CPM) signal, a new fast algorithm with higher accuracy is presented in this paper. This new algorithm is an improvement based on the frequently used MLE method. It takes the statistic and cross-correlation of the received signal into account, and can estimate the Signal to Noise Ratio fast and precisely without the initial phase. Error estimate is less than 1 dB when SNR is between -20 dB and 20 dB. A comprehensive deduction of the algorithm is included in this paper. Simulations by MATLAB and FPGA implementation show the validity of this algorithm.

Key words : Continuous Phase Modulation; Maximum Likelihood Estimation; probability density function; Signal to Noise Ratio

信噪比估计在现代无线通信系统中具有重要作用,可为自适应解调、信道切换、功率控制、信道分配提供必需的信号质量信息^[1]。文献[2]提出了 4 种针对 QPSK 信号的信噪比估计算法,并进行了性能比较。文献[3]提出在加性高斯白噪声信道下基于“均值方差最小”的信噪比估计方法和在慢衰落信道有训练序列的数据辅助信噪比估计方法。文献[4]总结了前人研究的多种信噪比估计方法并进行了性能比较。但对信噪比估计问题,文献[2-4]给出的算法都没有解决在低信噪比时估计偏差较大的问题。文献[5-7]分别利用自相关矩阵和子空间分解的思想对非恒包络信号进行信噪比估计,可解决在低信噪比情况下估计偏差较大的问题,但需要对多阶矩阵进行特征值分解或奇异值分解,运算量较大,工程难以实现。文献[8]提出了一种 GSSME(Generalized Split-Symbol Moment Estimator)算法,但要求准确的载波和符号的同步恢复,在实际工程中也较难满足。CPM 信号具有频率利用率高、包络恒定的特点,广泛应用在第二代 GSM 蜂窝系统、卫星定位系统、高速磁悬浮列车系统等具有非线性特性信道的系统中^[9]。本文从最大似然估计(MLE)出发,利用信号本身的特点和统计相关特性,对最大似然算法进行改进。

1 信号模型

设信号为 AGWN 信道下中频 CPM 离散实信号,其系统模型如图 1 所示。

图中 $x(t)$ 为 CPM 实信号, $\eta(t)$ 为均值 0、方差为 σ^2 的高斯白噪声, $y(t)$ 为含有高斯白噪声的接收信号, $y(n)$ 为抽样信号。

因为 CPM 信号的载波相位是连续的, 且具有记忆性, 所以 $x(t)$ 可表示为^[10-11]:

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t; \bar{a}) + \phi_0) = As(t) \quad (1)$$

$$\phi(t; \bar{a}) = 4\pi f_d T \int_{-\infty}^t d(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$d(t) = \sum_n a_n g(t - nT) \quad (3)$$

式(1)~式(3)中: A 为信号峰值; f_c 为载波频率; ϕ_0 为初始相位; $\phi(t; \bar{a})$ 为时变相位; f_d 为峰值频率偏移; a_n 为 M 进制的星座符号; T 为符号周期; $g(t)$ 为调制脉冲, 持续时间为 LT , 在区间 $0 \leq t \leq LT$ 上的积分为 $1/2$ 。通过式(2)确保载波相位的连续性。

设 t 满足 $nT \leq t < (n+1)T$, 则式(2)可表示为:

$$\phi(t; \bar{a}) = 4\pi f_d T \int_{-\infty}^t d(\tau) d\tau = 4\pi f_d T \int_{-\infty}^t \sum_n a_n g(t - nT) d\tau = \pi h \sum_{k=-\infty}^{n-L} a_k + 2\pi h \sum_{k=n-L+1}^n a_k q(t - kT) \quad (4)$$

式中: $h = 2f_d T$ 为调制系数; $q(t) = \int_{-\infty}^t d(\tau) d\tau$ 。

信号 $x(t)$ 经过加性高斯白噪声信道, 在接收端经抽样后可表示为:

$$y(n) = x(n) + \eta(n) = As(n) + \eta(n) \quad (5)$$

则接收信号的信噪比为:

$$\rho = R_{SN} = \frac{A^2}{2\text{var}[\eta(n)]} \quad (6)$$

由于信号与噪声是独立的, 所以式(6)可表示为:

$$\rho = \frac{A^2}{2E[y(n)^2] - A^2} \quad (7)$$

2 R_{SN} 估计的算法

2.1 最大似然法估计信噪比

连续信号 $y(t)$ 的似然函数^[12]可表示为:

$$p(y(t) | A) = F * \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_1} [y(t) - x(t, A)]^2 dt \right\} \quad (8)$$

式中 F 为常数。

根据最大似然估计^[12]的定义, A 的最大似然估计满足:

$$\frac{\partial p(y(t) | A)}{\partial A} = \left[\frac{\partial \ln p(y(t) | A)}{\partial A} \right] p(y(t) | A) = 0 \quad (9)$$

由于 $p(y(t) | A) \neq 0$, 由式(9)可得:

$$\frac{\partial \ln p(y | A)}{\partial A} = 0 \quad (10)$$

经过简单的推导, A 的最大似然估计为:

$$A = \frac{\int_0^{T_1} y(t)s(t) dt}{\int_0^{T_1} s(t)^2 dt} \quad (11)$$

对数字信号而言, 由式(11)可得 A 最大似然估计为:

$$A = \frac{E\{y(n)s(n)\}}{E\{s(n)^2\}} \quad (12)$$

接下来计算 $E\{y(n)s(n)\}$ 和 $E\{s(n)^2\}$ 的值。由于 h 为调制系数, 且一般为有理数, 所以 h 可表示为:

$$h = m/p \quad (13)$$

式中 m 和 p 为互质的正整数。

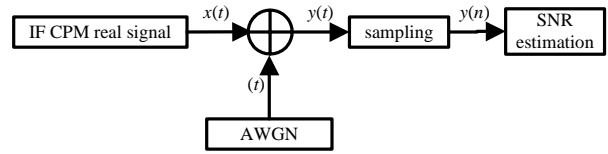


Fig.1 System model

图 1 系统模型

相位状态的星座图点数可由式(14)给出^[10]：

$$N_s = \begin{cases} pm^{L-1} & m \text{ 为偶数} \\ 2pm^{L-1} & m \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (14)$$

设每个状态的概率为 $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_N]$ 且出现每个状态的概率是独立的，则 $E\{s(n)^2\}$ 和 $E[y(n)x(n)]$ 可分别表示为：

$$E[s(n)^2] = p_1 E\left[\left(\cos(2\pi f_c n + \phi_1(n; \bar{a}) + \phi_0)\right)^2\right] + p_2 E\left[\left(\cos(2\pi f_c n + \phi_2(n; \bar{a}) + \phi_0)\right)^2\right] + p_3 E\left[\left(\cos(2\pi f_c n + \phi_3(n; \bar{a}) + \phi_0)\right)^2\right] + \dots + p_N E\left[\left(\cos(2\pi f_c n + \phi_N(n; \bar{a}) + \phi_0)\right)^2\right] = 0.5 \quad (15)$$

$$E[y(n)x(n)] = p_1 E\left[y(n) \cos(2\pi f_c n + \phi_1(n; \bar{a}) + \phi_0)\right] + p_2 E\left[y(n) \cos(2\pi f_c n + \phi_2(n; \bar{a}) + \phi_0)\right] + p_3 E\left[y(n) \cos(2\pi f_c n + \phi_3(n; \bar{a}) + \phi_0)\right] + \dots + p_N E\left[y(n) \cos(2\pi f_c n + \phi_N(n; \bar{a}) + \phi_0)\right] \quad (16)$$

根据式(7)，信号的信噪比可表示为：

$$\rho = \frac{|E[y(n)s(n)]|^2}{E[|y(n)|^2]E[|s(n)|^2] - |E[y(n)s(n)]|^2} = \frac{2|E[y(n)s(n)]|^2}{E[|y(n)|^2] - 2|E[y(n)s(n)]|^2} \quad (17)$$

2.2 基于互相关的信噪比估计

由式(15)~式(16)可知，最大似然算法存在一个严重的缺陷，它需要确定信号的初始相位。在此利用接收信号的统计和互相关特性，去除信号初始相位对信噪比估计的影响，简化信噪比的估计。

首先计算接收信号 $y(n)$ 在 n 时刻和 $n-1$ 时刻互相关的均值：

$$p_{\text{cov}} = E[y(n)y(n-1)] = E[(As(n) + \eta(n))(As(n-1) + \eta(n-1))] = A^2 E[s(n)s(n-1)] + E[As(n)\eta(n-1)] + E[As(n-1)\eta(n)] + E[A\eta(n)\eta(n-1)] \quad (18)$$

由于 $s(n)$ 和 $\eta(n)$ 是统计独立的，且 $\eta(n)$ 是均值为 0、方差为 σ^2 的噪声，所以式(18)可简化为：

$$p_{\text{cov}} = A^2 E[s(n)s(n-1)] = A^2 E\left[\cos(\omega_c n + \phi(n; \bar{a}) + \phi_0) \cos(\omega_c (n-1) + \phi(n-1; \bar{a}) + \phi_0)\right] = 0.5A^2 \left\{ E[\cos(\omega_c + \phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] + E[\cos(2\omega_c n - \omega_c + \phi(n; \bar{a}) + \phi(n-1; \bar{a}) + \phi_0)] \right\} = 0.5A^2 E[\cos(\omega_c + \phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] \quad (19)$$

式中 ω_c 是信号的数字载波频率，由信号的抽样频率和载波决定。信号峰值的平方均值 A^2 可表示为：

$$A^2 = \frac{2p_{\text{cov}}}{\xi} \quad (20)$$

式中：

$$\xi = E[\cos(\omega_c + \phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] = E[\cos(\omega_c) \cos(\phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a})) - \sin(\omega_c) \sin(\phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] \quad (21)$$

由于 ω_c 是确定的，所以式(21)可简化为：

$$\xi = \cos(\omega_c) E[\cos(\phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] - \sin(\omega_c) E[\sin(\phi(n; \bar{a}) - \phi(n-1; \bar{a}))] \quad (22)$$

ξ 由每个符号的抽样点、调制系数 h 、相关长度 L 、调制脉冲 $g(t)$ 、 M 进制调制及每个符号概率决定。

举例说明 ξ 的计算过程。设每个符号的采样点数为 $N=10$ ，调制系数 $h=0.5$ ，相关长度 $L=1$ ，调制脉冲为矩形，二进制调制，每个符号出现的概率相等， $p_0 = p_1 = 0.5$ 。根据 CPM 本身特点^[10]，代入式(22)可得：

$$\xi = \frac{N-1}{N} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \left[p_0 \cos\left(-\frac{h\pi}{N}\right) + p_1 \cos\left(\frac{h\pi}{N}\right) \right] + \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \left[p_0 \sin\left(-\frac{h\pi}{N}\right) + p_1 \sin\left(\frac{h\pi}{N}\right) \right] \right\} + \frac{1}{N} \left\{ \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \left[p_0 p_0 \cos\left(-\frac{h\pi}{N}\right) + p_1 p_1 \cos\left(\frac{h\pi}{N}\right) + p_0 p_1 \cos\left(-\frac{2h\pi}{N}\right) + p_0 p_1 \cos\left(\frac{2h\pi}{N}\right) \right] + \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \left[p_0 p_0 \sin\left(-\frac{h\pi}{N}\right) + p_1 p_1 \sin\left(\frac{h\pi}{N}\right) + p_0 p_1 \sin\left(-\frac{2h\pi}{N}\right) + p_0 p_1 \sin\left(\frac{2h\pi}{N}\right) \right] \right\} = 0.7976 \quad (23)$$

此算法可扩展到一般的 CPM 信号。设每个符号的抽样点为 N_c ， M 进制调制，相关长度为 L ，每个符号存在的概率为 $\mathbf{p}_m = [p_1, p_2, \dots, p_M]$ ，则式(22)可表示为：

$$\xi = \frac{LN_c - 1}{LN_c} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix}^T \left\{ \cos(\omega_c) \begin{bmatrix} \cos(\phi_1(n;\bar{a}) - \phi_1(n-1;\bar{a})) \\ \cos(\phi_2(n;\bar{a}) - \phi_2(n-1;\bar{a})) \\ \vdots \\ \cos(\phi_M(n;\bar{a}) - \phi_M(n-1;\bar{a})) \end{bmatrix} - \sin(\omega_c) \begin{bmatrix} \sin(\phi_1(n;\bar{a}) - \phi_1(n-1;\bar{a})) \\ \sin(\phi_2(n;\bar{a}) - \phi_2(n-1;\bar{a})) \\ \vdots \\ \sin(\phi_M(n;\bar{a}) - \phi_M(n-1;\bar{a})) \end{bmatrix} \right\} + \frac{1}{LN_c} \begin{bmatrix} p_1 p_1 \\ p_1 p_2 \\ \vdots \\ p_M p_M \end{bmatrix}^T \left\{ \cos(\omega_c) \begin{bmatrix} \cos(\phi_1(n;\bar{a}) - \phi_1(n-1;\bar{a})) \\ \cos(\phi_2(n;\bar{a}) - \phi_2(n-1;\bar{a})) \\ \vdots \\ \cos(\phi_{MM}(n;\bar{a}) - \phi_{MM}(n-1;\bar{a})) \end{bmatrix} - \sin(\omega_c) \begin{bmatrix} \sin(\phi_1(n;\bar{a}) - \phi_1(n-1;\bar{a})) \\ \sin(\phi_2(n;\bar{a}) - \phi_2(n-1;\bar{a})) \\ \vdots \\ \sin(\phi_{MM}(n;\bar{a}) - \phi_{MM}(n-1;\bar{a})) \end{bmatrix} \right\} \quad (24)$$

若每个符号存在的概率相等，则式(24)中的‘sin’项可完全消去。
根据式(7)可得信噪比的公式为：

$$\rho = \frac{P_{\text{cov}}}{\xi E[y(n)^2] - p_{\text{cov}}} \quad (25)$$

2.3 最大似然算法与互相关算法的性能比较

由式(17)和式(25)可知信号峰值 A 是影响最大似然算法和互相关算法性能的主要因素。利用最大似然算法估计信号峰值 A 时，由式(12)、式(15)~式(16)可知信号的峰值估计与接收序列 $y(n)$ 初始相位的估计、 $y(n)$ 的信噪比密切相关。若信号的信噪比较低，信号峰值 A 则不能准确估计，从而使信号的信噪比估计误差较大。而利用互相关算法估计信号峰值 A 时，由式(19)~式(20)和式(22)可知，当信号的形式确定，则信号峰值 A 的估计就已确定，与接收序列 $y(n)$ 的初始相位和信噪比没有任何关系，因此即使在信号的信噪比较低时，仍能准确估计出信号的信噪比。

3 仿真结果及分析

为了验证该算法的有效性，设 CPM 信号的调制脉冲长度为 2 倍的码元长度，调制脉冲为升余弦脉冲，调制系数 $h=0.7$ ，符号速率为 10 Mbps，载波频率为 70 MHz，带通采样频率为 100 MHz，蒙特卡罗试验次数为 100，以下的 3 个仿真都是基于这个仿真条件。

3.1 数据长度与信噪比估计精度的关系

数据长度对计算量和实际延时有较大的影响，因此有必要在仿真前确定仿真所需要的数据长度。设 $R_{\text{SN}}=0$ dB，数据长度和信噪比的估计误差关系如图 2 所示。由图 2 可看出，当数据的长度大于 170 个点时可精确地估计出信号的信噪比，而最大似然估计需要 1 000 个点左右才能较准确地估计出信号的信噪比^[8]，因此用此方法可通过减少数据长度有效地减小计算量和延时。

3.2 该算法与其他常用算法的性能比较

定义均方根误差函数作为衡量算法性能的测度，其表达式为：

$$SD = \text{sqr}t \left[E \left(\hat{R}_{\text{SN}} - R_{\text{SN}} \right)^2 \right] \quad (26)$$

本文算法与 MLE^[1-2,9]算法、SSD^[3]算法的性能比较仿真图如图 3 所示。

由图 3 可看出，当 $R_{\text{SN}}=0$ dB 时 3 种算法都可以很好地估计出信号的信噪比；在低信噪比时，SSD 算法和本文算法都可精确地估计出信号的信噪比，但 SSD 算法需要较大的计算量，工程很难实现；而本文所提出的算法仅需要 2 个乘累加单元，在计算量急剧减少的情况下，可达到较高的精确度。

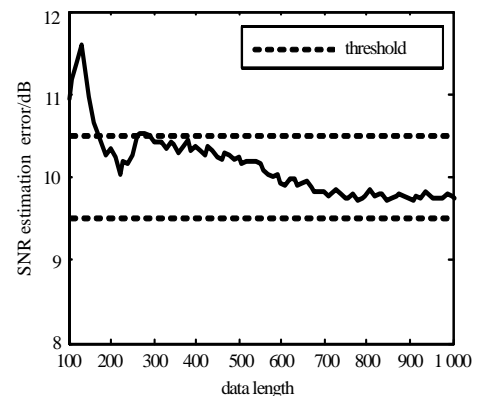


Fig.2 Relationship between R_{SN} and data length
图 2 数据长度和信噪比误差的关系

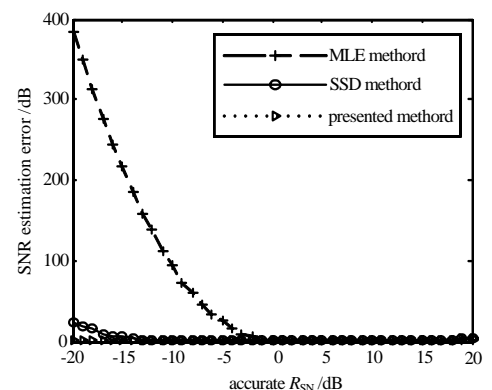


Fig.3 R_{SN} estimation of different algorithms
图 3 不同算法性能比较

3.3 FPGA 实现仿真

FPGA 仿真所用的芯片为 xc5vsx50，它的速度级别为‘2’，封装为‘3ff665’。信号的实际信噪比分别为 10 dB 和 -10 dB，每 256 点进行一次信噪比估计。其性能仿真图和资源消耗分别如图 4、图 5 和图 6 所示。

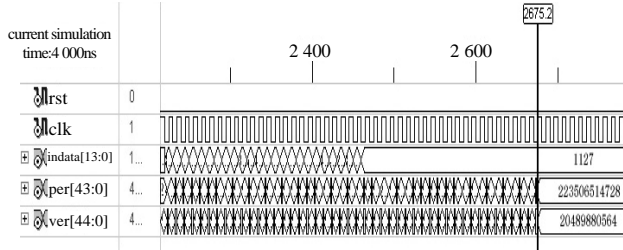


Fig.4 10 dB SNR estimation
图 4 10 dB 信噪比估计

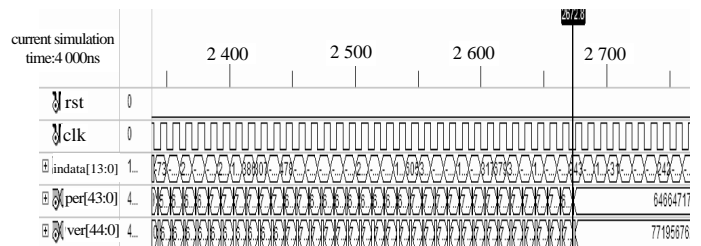


Fig.5 -10 dB SNR estimation
图 5 -10 dB 信噪比估计

图 4 和图 5 中，‘per’为信号能量，‘ver’为噪声能量。

根据式(7)计算 10 dB 信号的信噪比：

$$R_{SN} = 10\lg(per / ver) = 10\lg(223506514728 / 20489880564) = 10.3775 \quad (27)$$

-10 dB 信号的信噪比：

$$R_{SN} = 10\lg(per / ver) = 10\lg(6466471743 / 77195676293) = -10.7693 \quad (28)$$

由式(27)~式(28)可看出，其估计误差小于 1 dB，精确度较高。由图 6 可看出此算法消耗的资源较少，具有工程可实现性。

4 结论

本文给出了加性高斯白噪声信道下中频 CPM 信号的信号模型，以及基于此模型两种信噪比的估计算法：最大似然算法和基于最大似然算法的互相关算法。对这两种算法进行了性能分析，并对互相关算法进行了 MATLAB 仿真和 FPGA 硬件实现，可知互相关算法精确度较高，工程实现简单，且此算法与同等精度的 SSD 算法相比，需要的计算量小，具有工程可实现性。

参考文献：

- [1] HuaXu,HuiZheng. The Maximum-Likelihood SNR Estimation Algorithm for QAM Signals[C]// 2006 8th International Conference on Signal Processing. 2006(3):16-20.
- [2] Pauluzzi D R,Beaulieu N C. A Comparison of SNR Estimation Techniques for the AWGN Channel[J]. IEEE Transactions on Communications, 2000,48(10):1681-1691.
- [3] Simon M K,Mileant A. SNR estimation for baseband assembly:The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report[M]. California:Jet Propulsion Laboratory, 1986.
- [4] Dolinar S J. Cramer-Rao bounds for signal-to-noise-ratio and combiner weight estimation[M]. California:Jet Propulsion Laboratory, 1986.
- [5] 范海波,陈军,曹志刚. AWGN 信道中非恒包络信号 SNR 估计算法[J]. 电子学报, 2002,30(9):1369-1371.
- [6] 詹亚锋,曹志刚,马正新. 无线数字通信的盲信噪比估计[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003,43(7):957-960.
- [7] 李夏,车建东,栾英姿. 移动信道信噪比估计方法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2001,28(6):820-823.
- [8] 隋丹,葛临东. MPSK 信号的盲信噪比估计算法[J]. 信号处理, 2007,23(3):394-397.
- [9] 张辉,曹丽娜. 现代通信原理与技术[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2005:268-272.
- [10] 李子丰. 连续相位调制研究及其解调算法的 FPGA 实现[D]. 西安:西安电子科技大学, 2007.
- [11] 李木森,毛剑琴. 盲信号分离的现状和展望[J]. 信息与电子工程, 2003,1(1):69-77.
- [12] 张明友,吕明. 信号检测与估计[M]. 北京:电子工业出版社, 2007.

device utilization summary(estimated values)			
logic utilization	used	available	utilization
number of slice registers	267	32 640	0%
number of slice luts	380	32 640	1%
number of fully used bit slices	160	487	32%
number of bonded IOBs	105	360	29%
number of BUFG/BUFGCTRLs	1	32	3%
number of DSP48Es	2	268	0%

Fig.6 Resource consumption
图 6 资源消耗图