

文章编号: 1672-2892(2010)04-0420-05

## 基于球面调和函数的环境映射技术

盛 玲, 姜晓彤

(东南大学 仪器科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

**摘 要:** 针对三维虚拟场景的光照一致性问题, 以提高场景的真实感为目的, 研究了一种基于环境映射的光照技术。此方法采用全景辐射度图对场景进行照明, 并利用球面调和函数近似估计理想漫反射物体表面的光亮度, 同时添加了漫反射阴影交互转移, 实现了低频光照环境下漫反射物体捕获软阴影的实时渲染。实验结果表明, 算法绘制质量高, 具有一定的实用价值。

**关键词:** 球面调和函数; 环境映射; 预计算辐射度传递

**中图分类号:** TN911.73; TP391.41 **文献标识码:** A

## Environment mapping technology based on spherical harmonics function

SHENG Ling, JIANG Xiao-tong

(School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** Focusing on the illumination coherence problem of the three-dimensional virtual scene, this study analyzed the environment mapping technology to improve the sense of reality. The light probe image was used to light the scene and the irradiance of the diffuse surface was approximated by using spherical harmonics function. By considering the shadowed diffuse transfer simultaneously, the soft shadow of diffuse objects was generated successfully under dynamic, low-frequency lighting environments. The experiment results showed that this algorithm approached accurately with high quality.

**Key words:** spherical harmonics function; environment mapping; pre-computed radiance transport

随着虚拟现实技术的发展以及人们需求的提高, 人们对真实感场景的追求越来越高<sup>[1-2]</sup>。把计算机生成的虚拟物体融入到现实生活的实拍照片中去, 是虚拟现实、增强现实等应用经常涉及的问题。为了使物体表面与周围环境获得一致的照明效果, 光照一致性的研究是一个重要方面<sup>[3]</sup>。光照一致性包含的技术性问题很多, 目前光照一致性主要通过恢复场景中相应的光照信息来实现<sup>[4]</sup>。但是, 这些方法通常需要借助一些工具, 而且在恢复光照参数的过程中不可避免地会引入误差, 影响最终生成图像的视觉效果。

针对上述问题, Debevec 等人提出了运用光测图对虚拟物体进行照明的方法, 即采用存储了真实环境光照分布信息的环境映射(全景辐射度图)对虚拟物体进行照明<sup>[5]</sup>。此方法把真实环境中来自各个方向的入射光照信息存储在光测图中, 然后通过全局光照模型对场景进行照明。本文在此技术的基础上, 引入球面调和函数理论<sup>[6-7]</sup>, 探讨了基于球面调和函数的光照实时渲染方法, 并添加漫反射阴影转移, 实现了物体软阴影的渲染, 提高了场景的真实度。

### 1 全景辐射度图原理

环境映射最初由 J. Blinn 等提出, 主要用来近似地模拟景物表面的镜面反射和规则透射折射效果<sup>[8]</sup>。其中, 全景辐射度图是一种高动态范围的特殊的环境映射, 它有 2 个特点: 1) 对于真实环境中的每个方向, 全景辐射度图中都有相应的像素点与之对应; 2) 全景辐射度图中每个像素点的亮度值必须与真实环境中的光亮度成正比。根据这 2 种特性, 全景辐射度图又是一种高动态范围图像(High Dynamic Range Image, HDRI)。所以, 全景辐射度图是以 HDRI 形式存在的, 正确记录了空间某一点处入射光的光照分布情况的特殊的环境映射。

本文分别采用高动态范围图像 St. Peter's Basilica.hdr 对场景进行照明, 如图 1 所示。所用光测图从互联网下载得到<sup>[9]</sup>。

### 2 球面调和函数原理

球面调和函数(Spherical Harmonics, SH)  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  ( $-l \leq m \leq l$ )<sup>[6-7,10]</sup> 是定义在球面坐标系的一组函数, 构成球面上的一组标准正交基。通常情况下, 球面调和函数定义在复数域上, 而本文所涉及的主要是实数域上的球面调和函数问题, 所以下文讨论的主要是实数域上球面调和函数的相关概念与性质。

球面  $S$  上的任一点  $(x, y, z)$  用球面坐标表示为:

$$(x, y, z) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta) \tag{1}$$

球面调和函数  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  定义为:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \begin{cases} \sqrt{2}K_l^m \cos(m\varphi)P_l^m(\cos \theta), m > 0 \\ \sqrt{2}K_l^m \sin(-m\varphi)P_l^{-m}(\cos \theta), m < 0 \\ K_l^0 P_l^0(\cos \theta), m = 0 \end{cases} \tag{2}$$

式中:  $P_l^m$  是  $m$  阶 1 次的连带勒让德多项式,  $K_l^m$  是一个标量因子,

$$K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}, l \in \mathbf{R}^+, -l \leq m \leq l \tag{3}$$

式中:  $l$  表示频率波段指数, 其低的值表示低频球面调和基函数。

式(2)中的连带勒让德多项式  $P_l^m$  的值通常由如下 3 个规则递归计算而得:

规则 1:  $(l-m)P_l^m = x(2l-1)P_{l-1}^m - (l+m-1)P_{l-2}^m$

规则 2:  $P_m^m = (-1)^m (2m-1)!(1-x^2)^{m/2}$

规则 3:  $P_{m+1}^m = x(2m+1)P_m^m$

根据以上公式, 可以简便计算出球面调和函数的前几项。

取  $i=l(l+1)+m$ , 将  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  写成  $Y_i(\theta, \varphi)$ , 即

$$Y_i(\theta, \varphi) = Y_l^m(\theta, \varphi) \tag{4}$$

球面  $S$  上的任意一个函数  $f$  的 SH 系数为:

$$c_i = \int f(s)Y_i(s)ds \tag{5}$$

通过这些 SH 系数可以把函数  $f$  重构:

$$\tilde{f}(s) = \sum_{i=1}^{l^2} c_i Y_i(s) \tag{6}$$

可以看出, 只要阶数  $l$  足够大, 重构函数就会与原函数越接近。由于计算能力有限, 阶数  $l$  不可能取无穷大, 因此在具体应用中, 根据实际情况的需要, 选择适当的阶数。

### 3 基于球面调和函数的漫射环境的快速光照算法

文献[11]介绍了一种环境映射光照模型下漫反射物体快速渲染的算法, 其算法示意图如图 2 所示。本文在此基础上, 进一步探讨了在渲染场景中加入物体的自阴影, 从而使整个场景看起来更加真实柔和。

在光测图的照明下, 加入阴影的理想漫反射物体表面某点处的光亮度可按下式计算得到:

$$L(X, w_0) = \int_s f_r(X, w_0, w_i) I_{in}(X, w_i) V(w_i) H(X, w_i) dw_i \tag{7}$$

式中:  $L(X, w_0)$  表示漫反射物体表面点  $X$  沿方向  $w_0$  的发散光;  $f_r(X, w_0, w_i)$  是点  $X$  处的双向反射率分布函数(Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF);  $I_{in}(X, w_i)$  是点  $X$  沿方向  $w_i$  的入射光;  $V(w_i)$  是用来判断可见度的, 当光线  $w_i$  被物体自身遮挡时值为 0, 其它情况下值为 1, 如图 3 所示;  $H(X, w_i)$  是余弦项, 积分的范围是物体表面的整个球面。



Fig.1 Experimental image (St. Peter's Basilica.hdr)  
图 1 实验图像(St. Peter's Basilica.hdr)

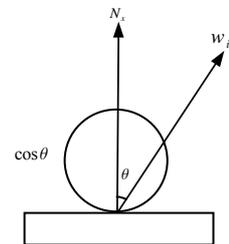


Fig.2 Direct illumination without shadow  
图 2 直接光照无阴影原理图

由于光是同等反射,所以光线与视点无关,即可以消去视角 $w_0$ 。这里的 BRDF 是一个常量,可以从上面的积分中提取出来,生成 3 个要素:光源 $I_{in}$ 、余弦项、线性系数。所以,式(7)最终形式为:

$$L(X) = \frac{\rho_x}{\pi} \int_s I_{in}(X, w_i) V(w_i) \max(N_x \cdot w_i, 0) dw_i \quad (8)$$

式中: $\rho_x$ 表示 $X$ 点处漫反射率; $N_x$ 是点 $X$ 处表面法线。漫反射阴影转移向量表示为:

$$M(w_i) = V(w_i) \max(N \cdot w_i, 0) \quad (9)$$

将 $L(X)$ 转换到球面坐标系下,记为 $L(\theta, \varphi)$ 。并将其用球面调和函数展开,可得:

$$L(\theta, \varphi) = \sum_{l,m} L_l^m Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (10)$$

根据球面调和函数的卷积特性 $(h * f)_l^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} h_l^0 f_l^m$ ,有:

$$L_l^m = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} M_l^0 I_l^m \quad (11)$$

因此,分别计算入射光函数与漫反射阴影转移函数的球面调和函数映射 $I_l^m$ 和 $M_l^0$ ,并将每个参数 $l, m$ 对应的结果相乘,就可以将复杂的积分运算式(8)简化,大大减少计算机的计算负载。

### 3.1 自传递辐射预计算

根据球面调和函数的正交性,对于一个给定全景辐射图 $I_{in}(\theta, \varphi)$ ,光照系数 $I_l^m$ 的计算方法如下:

$$I_l^m = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} I_{in}(\theta, \varphi) Y_l^m(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (12)$$

可以看出,对于不同的全景辐射图,光照系数是固定的。对于实时要求比较高的情况,可以采用预计算技术,将预先计算好的 $I_l^m$ 值存放在表中,在绘制时查找即可。

由于 $N \cdot w_i$ 的计算值只与极角 $\theta$ 有关,与方位角 $\varphi$ 无关,因此式(9)可以写为:

$$M(w_i) = V(w_i) \max(\cos \theta, 0) \quad (13)$$

式中: $V(w_i)$ 只是一个 bool 值,当从采样点 $x$ 处沿 $w_i$ 方向的光线与物体发生碰撞,则返回 0 值;否则,返回 1 值。这个值并不需要该碰撞的任何几何信息,因此,可以先判断 $V(w_i)$ 是否为 0。其算法描述如下:

// 对每一个采样循环执行下面的程序

```
for(int i=0; i<n_samples; ++i){
    HS=DotProduct(sample[i].vec, normal); //计算余弦项; sample[i].vec 为从采样点 x 处射向空间的任意向量;
    //normal 为采样点 x 处的法向量
    if(HS>0.0){
        //判断光线是否位于上半球面
        if(!self_shadow(pos, sample[i].Vec)){//判断光线是否与物体相交, 若不相交执行下面操作
            for(int j=0; j<n_coeff; ++j){
                value=HS*sample[i].coeff[j];
                result[j+offset]+=albedo*value;
            }
        }
    }
}
// 求取样结果平均值
double factor=area/n_samples;
for(i=0; i<3*n_coeff; ++i){
    Coeff[i]=result[i]*factor;
}
```

其中,阴影判别主要包括 3 个部分:判断物体表面点与光源的连线是否与其它物体相交;判断该点是否被同一物体的其它部分遮挡;判断该点是否在光源的照射范围内。这些都可以从点 $x$ 向空间引出射线,判断射线是否被遮挡来得到。

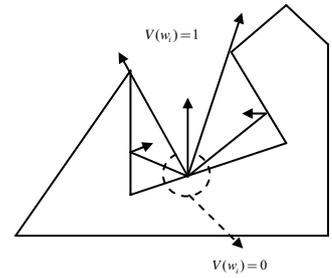


Fig.3 Examples of ray-polygon gotchas when tracing rays from a vertex on a polygon model  
图3 多边形一个顶点的光线跟踪示意图

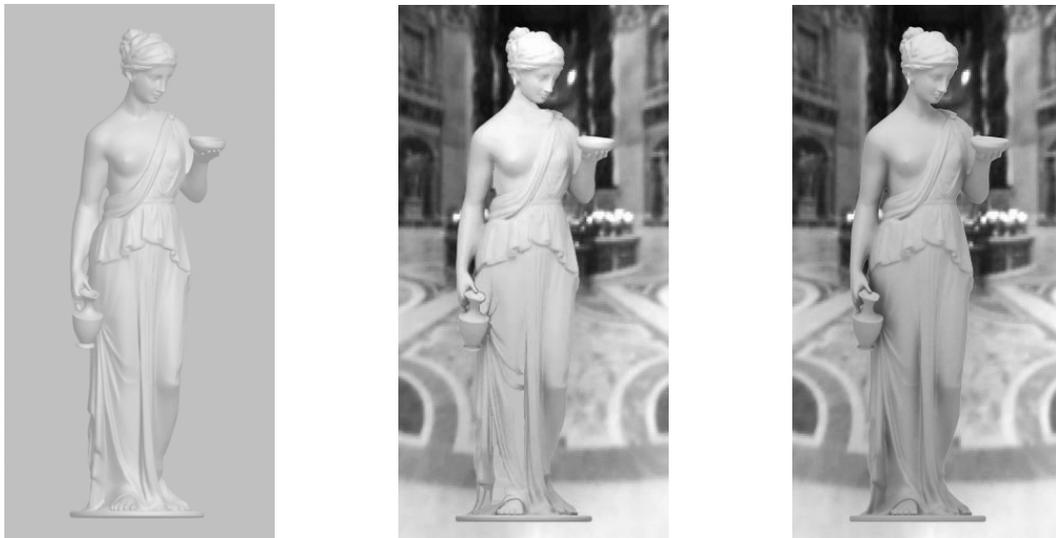
### 3.2 场景绘制实现步骤

在上述预计算光辐射传输函数的基础上,绘制步骤主要包括以下几步:

- 1) 根据 SH 在物体的包围球上,计算取样点  $X$  的入射光线  $I_i^m$ ;
- 2) 根据物体的形状等特性,计算传输函数系数向量,中间包括判断物体的自阴影;
- 3) 计算传输函数系数  $M_i^m$  与  $I_i^m$  向量的点积,对物体上每一点  $X$  对  $I_i^m$  作线性转化,得到出射光强。

## 4 实验结果及分析

本文实验使用具有 Pentium4 1.8 GHz 处理器、1.0 GB DDR 内存,屏幕分辨率为 1024×768,运行 Windows XP 操作系统的 PC 进行。采用动态范围图像 St.Peter's Basilica.hdr 对场景中的 3-D 模型进行照明。3-D 模型使用模型顶点作为采样点,光照图采用纹理的纹元作为采样点。实验中用到的 3-D 模型包括 15 694 个采样点,St. Peter's Basilica.hdr 采用 1 500×1 500 分辨率,包含 2 250 000 采样点。运行时,本文算法采用了 5 阶的球面调和函数近似地估计理想漫反射表面的光照结果,实验结果如图 4 所示。



(a) rendering result without environment mapping

(b) unshadowed diffuse transfer

(c) shadowed diffuse transfer

Fig.4 Rendering using 5th order SH transfer functions

图4 漫反射物体表面渲染

从以上实验结果可以看出,图 4(a)由于没有采用光测图对场景进行渲染,模型在整个 3-D 场景中显得僵硬而不生动,相反,图 4(b)和图 4(c)的真实感十分强烈。因此,采用光测图对场景中的虚拟物体进行照明,可以方便地实现物体表面与周围环境的光照一致性。而且加入漫反射阴影交互转移,大大加强了图像的真实感。通常,当光主要是低频项时这种方法的估计值精确度较高,而当光主要是高次序项时精确度就会较低。但是,当光主要包括高频图案时,这种方法的精确度仍然很高。这是由于光的非负特性造成的结果。

如表 1 所示,实验中场景面数均相同,为 6 108 个,但是追踪的光线数量不同,在不考虑阴影转移的情况下,光线数量最少为 30 869 条,考虑阴影转移的追踪数量则明显增加,为 335 296 条。生成图形所需时间也随光线追踪数增多而变长,不考虑阴影转移所需时间为 87.45 s,考虑阴影转移所需时间为 94.92 s。可以看出加入阴影交互转移的渲染时间比无阴影交互转移的渲染时间长,如何减少渲染时间,实现更高速度的渲染,是以后工作的方向及重点。

表 1 实验数据

Table1 Experimental data

	scene ploycount	tracing number	rendering time/s
A	6 108	30 869	87.45
B	6 108	335 296	94.92

## 5 结论

采用光测图对 3-D 场景进行照明,解决了图形图像混合时的光照一致性问题。本文以环境映射算法为基础,通过引入球面调和函数理论,探讨了基于球面调和函数的光照实时渲染方法,实现了物体软阴影的渲染。实验表明,该算法绘制质量高,场景真实感强烈,可以快速准确地绘制场景。

## 参考文献:

- [1] 王俊. 基于环境映射的真实感光照技术[D]. 无锡:江南大学, 2004. (Wang Jun. The Realistic Lighting Using Environment Maps[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2004.)
- [2] 李波,王祥凤,李本山. 基于单幅图像的三维重建技术[J]. 信息与电子工程, 2006,4(2):129-133. (Li Bo, Wang Xiang-feng, Li Ben-shan. 3D Reconstruction Technology Based On Single Image[J]. Information and Electronic Engineering, 2006,4(2):129-133.)
- [3] 王靖滨,李明,耿卫东,等. 基于增强现实技术的景观规划系统[J]. 中国图象图形学报, 2002,7(4):405-410. (Wang Jing-bing, Li Ming, Geng Wei-dong, et al. Scene-Planning System Based On Augmented Reality Technique[J]. Journal of Image and Graphics, 2002,7(4):405-410.)
- [4] 周雅,晏磊,赵虎. 增强现实系统光照模型建立研究[J]. 中国图象图形学报, 2004,9(8):968-972. (Zhou Ya, Yan Lei, Zhao Hu. Study on the Lighting Model of the Real World in Augmented Reality[J]. Journal of Image and Graphics, 2004, 9(8):968-972.)
- [5] Debevec P, Hawkins T, Tchou C, et al. Acquiring the reflectance field of a human face[C]// Proc. of ACM SIGGRAPH 2000. New York: ACM Press, 2000:145-156.
- [6] Sloan P, Kautz J, Snyder J. Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments[J]. ACM Trans. on Graphics, 2002,21(3):527-536.
- [7] Robin Green. Spherical Harmonic Lighting: The Gritty Details[DB/OL]. [2010-03-31]. <http://www.research.scea.com/gdc2003/spherical-harmonic-lighting.html>.
- [8] Blinn J, Newell M. Texture and Reflection in Computer Generated Images[J]. Communications of the ACM, 1976, 19(10):542-546.
- [9] Online Resources, Light Probe Image Gallery[EB/OL]. [2010-03-31]. <http://ict.debevec.org/~debevec/Probes/>.
- [10] 吴崇试. 数学物理方法[M]. 北京:北京大学出版社, 2003:298-322. (Wu Chong-shi. Methods of Mathematical Physics[M]. Beijing: Peking University Press, 2003:298-322.)
- [11] 廖新飞. 基于球面调和函数的漫反射表面快速光照技术的研究[J]. 计算机工程与科学, 2009,31(3):45-48. (Liao Xin-fei. Research on Fast Lighting on the Diffuse Surface Using Spherical Harmonics[J]. Computer Engineering and Science, 2009,31(3):45-48.)

## 作者简介:



盛玲(1988-),女,江苏省泰州市人,在读硕士研究生,主要研究方向为三维可视化、虚拟现实在煤矿安全方面、家居设计等的软件开发。email:xiaoshuang\_0\_0@126.com.

姜晓彤(1975-),男,江苏省扬州市人,博士,副教授,主要从事三维可视化、虚拟现实在煤矿安全、城市规划、家居设计的教学和科研工作。