

文章编号: 1672-2892(2010)05-0505-05

## 基于星间测距的卫星自主定轨研究与仿真

常青<sup>1</sup>, 冀婷<sup>1</sup>, 张贤立<sup>2</sup>

(1.北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191; 2.航天恒星科技有限公司, 北京 100083)

**摘要:**提出了一种利用星间距离信息和扩展卡尔曼滤波算法确定卫星的位置和速度的方法。利用 STK 软件建立 GPS 星座, 将 1 颗目标卫星与 3 颗参考卫星之间的距离引入一定的误差作为星间观测值, 利用扩展卡尔曼滤波算法实现卫星的自主定轨。并对算法进行了改进, 利用几何准确度因子 GDOP 值控制参考卫星的选择, 消除了误差峰值。运算结果表明改进后的算法有很好的收敛性, 提高了定轨准确度。

**关键词:**自主定轨; 星间测距; 扩展卡尔曼滤波; 几何准确度因子

**中图分类号:** TN927; P135.2

**文献标识码:** A

## Algorithm and simulation of satellite autonomous orbit determination based on cross-link range

CHANG Qing<sup>1</sup>, JI Ting<sup>1</sup>, ZHANG Xian-li<sup>2</sup>

(1.School of Electronics and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2.Space Star Technology CO., LTD, Beijing 100083, China)

**Abstract:** An Extended Kalman Filtering algorithm of autonomous orbit determination is presented in this paper. This algorithm can determine the satellite position and velocity vectors using cross-link range information. The STK satellite software developed by the AGI Company is used to create the GPS constellation scene, and cross-link range is derived based on quasi-distance among GPS satellites. Peak value of error is decreased by using the value of Geometric Dilution Of Precision(GDOP) to replace reference satellite. The simulation results demonstrate that the precision of orbit determination is greatly improved.

**Key words:** autonomous orbit determination; cross-link range; Extended Kalman Filtering; Geometric Dilution Of Precision

随着航天任务的增加, 仅依靠陆基测控网进行卫星的定轨与跟踪将难以承受其高负荷的数据传输与处理。对于卫星导航系统, 地面站的布设存在局限性, 而且在战争期间容易遭到电子干扰和远程武器的精确打击而陷入瘫痪, 所以发展卫星的自主定轨技术, 使得卫星在与地面设施失去通信链路连接的情况下仍能确定其空间位置, 已显得越来越重要。

1984 年美国的 Ananda 提出了利用 GPS 星间观测实现卫星自主导航的想法<sup>[1]</sup>; 文献[2]采用“自适应静态逐次滤波法”计算数值积分得到概略轨道的修正值, 解决了滤波发散的问题, 但其没有利用星上积分器对数值积分实时修正; 文献[3]采用“参数加权整网平差法”修正轨道, 但是误差随时间积累, 无法消除。

在这些研究的基础上, 本文提出了利用星间距离信息进行扩展卡尔曼滤波实时计算卫星位置和速度的算法, 并提出一种利用几何准确度因子控制参考卫星选择的选星策略。利用 Satellite Tool Kit 8.1.1 中生成的 GPS 星座的星历仿真星间测距数据, 对算法的可行性和准确度进行了验证。运算结果表明选星策略与算法的联合使用, 可以有效降低误差, 获得较高的准确度。

## 1 星间测距原理及模型建立

星间通信和测量可以采用 CDMA/FDMA 混合多址通信体制<sup>[4]</sup>, 双频双向测距模式。此方法可以消除星间的相对钟差, 消除电离层延迟影响, 从而提高测量的可靠性, 实现成员节点间的信息共享。

为了统一计算, 需要将测量值归一化到同一时刻, 时刻归一化以后的卫星  $i, j$  的星间基线计算公式为:

$$R_{i,j} = \rho_{i,j} + c\Delta t_{i,j} - v_1 \quad (1)$$

$$R_{j,i} = \rho_{j,i} - c\Delta t_{i,j} - v_2 \quad (2)$$

式中:  $R_{i,j}$  为卫星  $i$  和  $j$  间的几何距离;  $\rho_{i,j} = c(t_j - t_i)$  表示卫星  $i$  在其钟面时为  $t_i$  时刻发射信号, 卫星  $j$  在其钟面时为  $t_j$  时刻接收到信号时计算出的伪距测量值;  $c$  为光速;  $\Delta t_{i,j}$  为卫星  $i$  与卫星  $j$  的钟差;  $v_1, v_2$  为测量误差。将式(1)与式(2)相加, 由于

$$R_{i,j} = R_{j,i} = R = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (3)$$

可得

$$\rho = (\rho_{i,j} + \rho_{j,i}) / 2 + v = R + v \quad (4)$$

式中:  $(x_i, y_i, z_i)$  和  $(x_j, y_j, z_j)$  为卫星  $i$  和  $j$  的三维坐标;  $v = (v_1 + v_2) / 2$  为测量误差。可见双向测距模式消除了星间的相对钟差。

假设对于所研究的卫星, 在任意时刻都有至少 3 颗邻近的卫星可见, 不考虑卫星钟偏, 选择可见卫星中的 3 颗作为参考星, 则系统的观测方程为:

$$Z = R(X) + V = [r_1(X) \ r_2(X) \ r_3(X)]^T + [v_1 \ v_2 \ v_3]^T \quad (5)$$

式中:  $r_i(X) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$  表征所研究的卫星空间位置  $(x, y, z)$  与参考星位置  $(x_i, y_i, z_i)_{i=1,2,3}$  的基线长度;  $V$  为测量噪声。

## 2 自主定轨的数学模型及算法

### 2.1 系统运动方程

卫星的运动取决于它所受的作用力。卫星在空间运动时, 所受的作用力主要有: 地球引力, 光辐射压力, 大气阻力, 月球、太阳以及其他天体引力等。在这些作用力中, 地球引力是主要的, 如果认为地球引力是 1, 则其他作用力均小于  $10^{-5}$ <sup>[5]</sup>。因此本文在仿真建模时, 重点考虑地球引力。

文中采用瞬时平赤道地心系下的矢量描述卫星在空间中的位置, 即选取卫星在  $x, y, z$  3 个方向的位置和速度组成的向量  $\mathbf{X} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  作为状态矢量, 它与采用地心椭圆坐标系下 6 个轨道根数  $R = [a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ M]^T$  可以相互转换<sup>[6]</sup>。则

$$f(\mathbf{X}) = \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \left( \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ -u \frac{x}{r^3} \ -u \frac{y}{r^3} \ -u \frac{z}{r^3} \right)^T \quad (6)$$

式中:  $u = 398\ 600.441\ 8 \text{ km}^3/\text{s}^2$  为地心引力常数;  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  为卫星的位置矢量长度。

### 2.2 扩展卡尔曼滤波器

将状态变量  $\mathbf{X}$  在  $t_0$  处一阶泰勒展开, 得到

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t_0) + \mathbf{X}'(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2} \mathbf{X}''(t_0)(t - t_0)^2 \quad (7)$$

令  $t_0 = k\Delta t, t = (k+1)\Delta t$ , 结合式(6)可得系统的状态方程:

$$\mathbf{X}_{k+1/k} = \mathbf{X}_{k/k} + f(\mathbf{X}_{k/k})\Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{F}(\mathbf{X}_{k/k})f(\mathbf{X}_{k/k}) \bullet \Delta t^2 \quad (8)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}_{k/k}} = \begin{pmatrix} 0 & I_{3 \times 3} \\ \mathbf{F} & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$F = \begin{pmatrix} -u \frac{r^2 - 3x^2}{r^5} & u \frac{3xy}{r^5} & u \frac{3xz}{r^5} \\ u \frac{3xy}{r^5} & -u \frac{r^2 - 3y^2}{r^5} & u \frac{3yz}{r^5} \\ u \frac{3xz}{r^5} & u \frac{3yz}{r^5} & -u \frac{r^2 - 3z^2}{r^5} \end{pmatrix} \quad (10)$$

扩展卡尔曼滤波方程为：

$$\hat{X}_{k+1/k} = \hat{X}_{k/k} + f\left(\hat{X}_{k/k}\right) \bullet \Delta t + \frac{1}{2} F\left(\hat{X}_{k/k}\right) f\left(\hat{X}_{k/k}\right) \bullet \Delta t^2 \quad (11)$$

$$\Phi_{k+1/k} = \frac{d(X_{k+1})}{dX_k} \Big|_{X_{k+1}=\hat{X}_{k+1/k}} = I + F\left(\hat{X}_{k/k}\right) \Delta t + \frac{1}{2} \left( F^2\left(\hat{X}_{k/k}\right) + \dot{F}\left(\hat{X}_{k/k}\right) \otimes f\left(\hat{X}_{k/k}\right) \right) \bullet \Delta t^2 \quad (12)$$

$$P_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} P_{k/k} \Phi_{k+1/k}^T + Q_k \quad (13)$$

$$H_{k+1} = \frac{dR(X_k)}{dX_k} \Big|_{X_k=\hat{X}_{k+1/k}} = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T \quad (14)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T \left[ H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + V_{k+1} \right]^{-1} \quad (15)$$

$$P_{k+1/k+1} = \left( I - K_{k+1} H_{k+1} \right) P_{k+1/k} \quad (16)$$

$$\hat{X}_{k+1/k+1} = \hat{X}_{k+1/k} + K_{k+1} \left( Z_{k+1} - R\left(\hat{X}_{k+1/k}\right) \right) \quad (17)$$

式中： $\Phi_{k+1/k}$ 为系统的状态转移矩阵； $P_{k+1/k}$ 为预测误差的协方差阵； $P_{k/k}$ 为估计误差的协方差阵； $H_{k+1}$ 为系统的观测矩阵， $h_i = \left[ \frac{x-x_i}{r_i} \ \frac{y-y_i}{r_i} \ \frac{z-z_i}{r_i} \ 0 \ 0 \ 0 \right]$ ； $K_{k+1}$ 为增益阵； $Q_k$ 为动态噪声协方差阵； $Z_{k+1}$ 为  $k+1$ 时刻的观测值； $V_{k+1} = \text{diag}(\sigma^2 \ \sigma^2 \ \sigma^2)$ 为测量噪声的协方差阵， $\sigma^2$ 表征测距准确度； $X_0, P_0$ 为滤波初值； $\otimes$ 表示克罗内克乘积。

### 3 数值仿真与分析

#### 3.1 仿真条件

本研究利用 Satellite Tool Kit 8.1.1 模拟 GPS 星座，考虑了地球非球形引力摄动、太阳光压摄动、大气阻力摄动因素，如图 1 所示。将其产生的卫星各个时刻的位置数据作为“真实轨道”，与利用滤波得到的结果作对比。

选择 GPS 星座中 F6 轨位的 01 号卫星作为目标星，选择 F3 轨位的 13 号、F5 轨位的 29 号、E1 轨位的 20 号卫星<sup>[7]</sup>作为参考星计算星间距离，并引入标准差为 0.1 m 的高斯白噪声作为测距误差，测量、滤波周期都取为  $T = 60$  s。相关初值选取如下：

- 1) 离散系统噪声方差阵  $Q = E(ww^T) = \text{diag}(q_1^2 \ q_1^2 \ q_1^2 \ q_2^2 \ q_2^2 \ q_2^2)$ ，其中  $q_1 = 1 \times 10^{-5}$  km,  $q_2 = 2 \times 10^{-4}$  km/s；
- 2) 估计均方误差阵初值为  $P_0 = \text{diag}[p_1^2 \ p_1^2 \ p_1^2 \ p_2^2 \ p_2^2 \ p_2^2]$ ，其中  $p_1 = 0.02$  km,  $p_2 = 0.001$  km/s；
- 3) 标称状态初值为：

$$X_0 = [9\ 605.485\ 828 \ \text{km} \ 24\ 775.665\ 6 \ \text{km} \ 527.471\ 448 \ \text{km} \ -2.042\ 707 \ \text{km/s} \ 0.746\ 325 \ \text{km/s} \ 3.203\ 048 \ \text{km/s}]^T。$$

为了从仿真结果中判断系统的可观性，人为地向初始位置加入 10 m 的误差，滤波初值为：

$$\hat{X}_0 = X_0 + [0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.002 \ 0.002 \ 0.002]^T$$

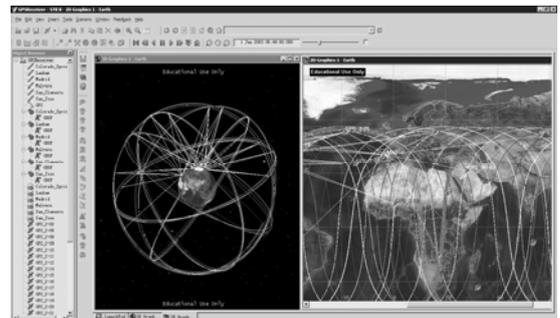


Fig.1 Establish GPS satellite constellation using STK  
图1 利用STK建立GPS星座

### 3.2 仿真结果与分析

在上述仿真条件下,取2003年6月1日24h的数据计算,得到目标星3个方向的位置估计误差曲线,如图2、图3所示。从图中可以看到,利用此算法可以很好地估计和预测卫星的位置,实现自主定轨。算法具有很好的收敛性。收敛速度很快,迭代1次可以使状态变量的初始误差迅速降低。滤波过程比较平稳,大多数时刻可以保持0.6m以内的定轨误差。

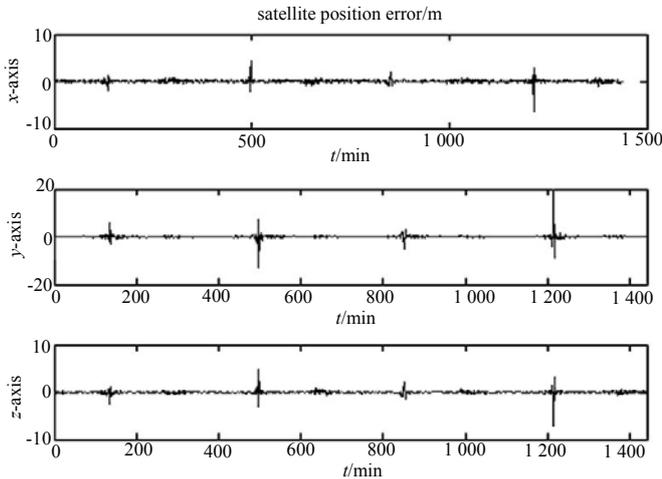


Fig.2 Satellite position error  
图2 卫星的位置误差曲线

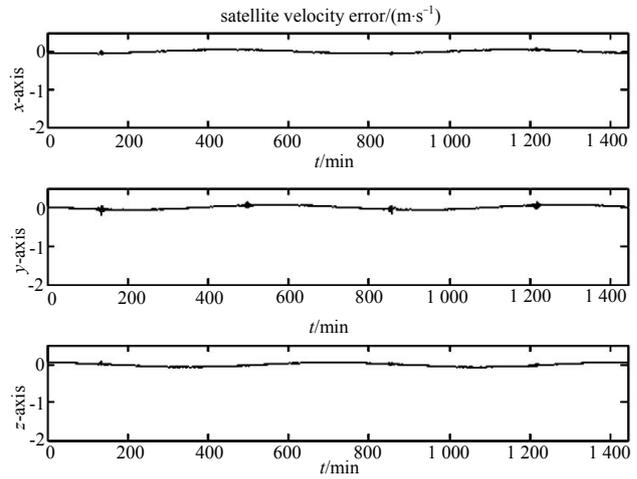


Fig.3 Satellite velocity error  
图3 卫星的速度误差曲线

但是也可以明显地看出,定轨误差在一天时间内出现4次峰值。其原因如下:参考星选择的是目标星所在的GPS系统中同一轨道面的前后2颗卫星及相邻轨道面内的1颗卫星。在目标星运行到相邻轨道面“交叉”处时,4颗卫星围成的四面体的体积变小,即几何准确度因子(GDOP)的值变大,如图6所示。GDOP的计算方法参见文献[8]中可见卫星的优化几何法算法。参考卫星的选择导致GDOP变化,使相应的定轨误差在1个轨道周期内出现2次峰值。可以利用GDOP值控制参考卫星的选择,解决定轨误差变大的问题,具体步骤如下:

1) 每个测量时刻计算1次所研究的卫星与其3颗参考卫星的GDOP值;2) 当GDOP的值大于所选定的阈值时,计算所研究的卫星及同一轨道上2颗参考星与其他轨道上可见星的GDOP值;3) 选择GDOP小于阈值时的1颗可见星作为第3颗参考卫星;4) 重复步骤1,当GDOP重新小于阈值时,仍然选择原始的3颗参考卫星;当GDOP依然大于阈值时,重复步骤3)。

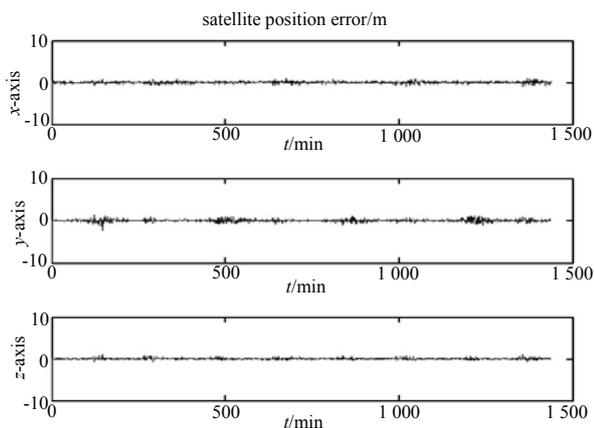


Fig.4 Improved satellite position error  
图4 改进后的卫星位置误差曲线

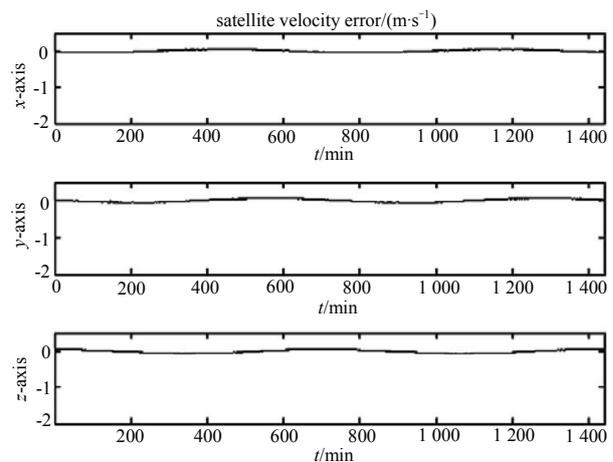


Fig.5 Improved satellite velocity error  
图5 改进后的卫星速度误差曲线

通过图2和图6的对照分析,发现当GDOP的值超过5时,卫星的位置误差明显加大,因此,设定GDOP阈值为5。将GDOP值作为控制参考卫星选择的前提条件,为目标星选择满足条件的3颗参考星后,再利用星间距离信息和扩展卡尔曼滤波算法对目标星进行自主定轨,得到的目标星自主定轨与其真实位置坐标的差值如图4、图5所示,峰值误差的比较如表1所示。可以看到,峰值误差降低了79%以上,其余时刻的误差并没有增加,

GDOP 的值得到了明显的改善, 见图 7。可见这种方法有效地抑制了误差峰值, 且只需满足 GDOP 在阈值之内即可完成选星, 比常规的选星方法减少了计算量, 降低了运算复杂度。

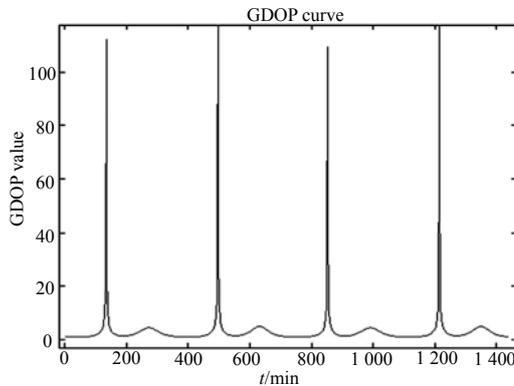


Fig.6 GDOP of satellite  
图 6 卫星的 GDOP 值

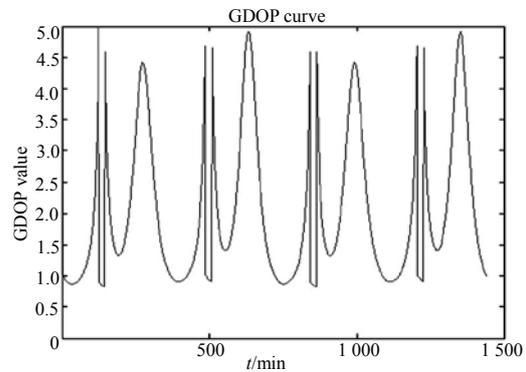


Fig.7 Improved GDOP value of the satellite  
图 7 改进后卫星的 GDOP

表 1 改进前后的误差峰值对比

Table1 Comparison of the error peaks before and after improvement

absolute value of maximum error	position estimation minus true value/m			speed estimation minus true value/(m·s <sup>-1</sup> )		
	x	y	z	x	y	z
before improvement	6.022 9	19.936 6	7.070 0	0.087 5	0.233 3	0.081 5
improved	1.094 2	1.456 8	0.776 6	0.078 1	0.099 2	0.072 9
reduced error	81.8%	92.7%	79.4%	10.7%	57.5%	11.8%

#### 4 结论

本文通过建立星间测距网, 并在此基础上利用星间距离观测信息和扩展卡尔曼滤波算法实现了卫星的自主定轨。从结果中可以得到以下结论: 1) 利用基于星间测距的扩展卡尔曼滤波算法实现卫星的自主定轨是可行的。在初始位置和方差存在较大偏差的情况下可以快速修正错误, 并保持一定的准确度; 2) GPS 内定轨模式下, 所研究的卫星与参考星之间的空间相对位置不稳定, 直接影响了定轨准确度; 3) 在可观测卫星中, 所选卫星的几何关系直接影响到定位或导航的准确度。卫星星座构成的 4 面体体积和 GDOP 值有关<sup>[8]</sup>, 所以 GDOP 的值可以作为衡量定轨准确度的 1 个指标。若实时选择网内 GDOP 小的卫星, 可以提高定轨准确度。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Ananda M P,Bernstein H,Cunningham K E,et al. Global Positioning System(GPS) Autonomous Navigation[C]// IEEE Position Location and Navigation System. Las Vegas,NV,USA:[s.n.], 1990:497-508.
- [ 2 ] 刘经南,曾旭平,夏林元,等. 导航卫星自主定轨的算法研究及模拟结果[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2004,29(12): 1040-1044.
- [ 3 ] 张艳,张育林. 星座自主导航系统设计与实现[J]. 宇航学报, 2003,24(5):525-528.
- [ 4 ] 李雪,张其善,徐勇,等. AFF 组网通信与测距/时间同步的新体制研究[J]. 通信学报, 2008,29(5):81-87.
- [ 5 ] 刘伟,杨博. 利用 UKF 的航天器自主导航方法研究[J]. 航天控制, 2005,23(5):55-59.
- [ 6 ] 杨嘉犀,范剑峰. 航天器轨道动力学与控制[M]. 北京:中国宇航出版社, 1995.
- [ 7 ] Elliott D Kaplan. Understanding GPS:Principle and Applications[M]. Second Edition. Beijing:Publishing House of Electronic Industry, 2007.
- [ 8 ] 郑作亚,黄诚,冯初刚,等. 4 颗卫星情况的几何优化法修正[J]. 天文学报, 2003,44(3):310-317.

#### 作者简介:



常 青(1962-), 男, 天津市人, 教授, 博士生导师, 研究方向包括信息传输与处理、卫星导航、数模混合集成电路设计,email:changq@263.net.

冀 婷(1984-), 女, 吉林省吉林市人, 在读硕士研究生, 主要研究方向为卫星通信与自主导航.

张贤立(1976-), 男, 湖北省石首市人, 硕士, 工程师, 主要研究方向为卫星通信、接收机关键技术.