

文章编号: 1672-2892(2011)01-0056-05

## 基于带间干扰模型的音频图示均衡器的设计

桑晓君, 陈晓光

(复旦大学 通信科学与工程系, 上海 200433)

**摘要:** 图示均衡器传统上由滤波器组实现。由于滤波器组的带间干扰不可避免, 传统算法得到的频响曲线与设计通常有所偏差, 或者是复杂度太大, 不适合实时计算。当相邻频段都需要抬升或衰减时, 传统算法得到的频响曲线不平坦, 有明显波纹。针对此问题, 本文研究了滤波器组带间干扰的数学模型, 分析了图示均衡器中钟形滤波器的峰值增益与其阻带频响的关系。最后, 本文提出了一种基于带间干扰模型的设计方法, 利用数值计算列出了参考值, 降低了算法复杂度, 获得了较为平坦的频响曲线。

**关键词:** 图示均衡器; 带间干扰; 平坦度

**中图分类号:** TN715<sup>+</sup>.1

**文献标识码:** A

## Design of graphic equalizer based on inter-band interference

SANG Xiao-jun, CHEN Xiao-guang

(Department of Communication Science and Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** Audio graphic equalizers are implemented by filter banks. State-of-the-art algorithms either suffer poor performance in frequency response, or work on high complexity. When two adjacent bands are expected to lift or attenuate by equal amount, huge ripples appear in frequency response. This paper analyzes inter-band interference model, and the relationship between peak gain with its spectral leakage in bell filter. Finally, an offline design method and a reference look-up table are presented to reduce the complexity and eliminate the spectral ripple.

**Key words:** audio graphic equalizer; inter-band interference; flatness

音频均衡器在当今多媒体领域中有着非常广泛的应用, 例如广播电台、汽车音响等。同时, 许多音乐特效都可通过均衡器实现。音频均衡器是一组具有可调频响的滤波器组合。

过去, 均衡器是通过模拟滤波器来实现的。随着数字信号处理器的发展, 高性能的数字均衡器目前已成为主流<sup>[1]</sup>。同时, 数字信号处理器也为各类复杂算法提供了实现的可能。均衡器一般分为参数型和图示型。参数型可以设置滤波器组的各类参数。图示均衡器只调整滤波器的增益 $k$ 。当 $k > 1$ , 滤波器放大通带信号; 当 $k < 1$ , 滤波器衰减通带信号。其余参数固定或由系统决定。图示均衡器在各频段的增益可以直观反应系统频响。因此, 图示均衡器得到了更加广泛的应用。

相邻频段同时大幅度抬升(或衰减)是图示均衡器的一个设计难点。由于滤波器组带间干扰的存在, 很难在相邻中心频率内获得平坦的幅度响应。目前的解决方法主要包括固定 $Q$ 值滤波器组<sup>[2]</sup>、自适应 $Q$ 值滤波器组<sup>[3]</sup>以及插值均衡器<sup>[4]</sup>。

$Q$ 定义为: 中心频率/带宽。带宽通常为 $-3$  dB 带宽<sup>[5]</sup>。图示均衡器使用钟形(BELL)滤波器<sup>[1]</sup>。当抬升量小于 $3$  dB 时, 全频带内幅度响应在 $0$ 与 $3$  dB 间, 不存在 $3$  dB 带宽。

重新定义 $Q$ <sup>[6]</sup>: 设钟形滤波器在 $f_0$ 达到峰值增益 $Peak_{db}$ , 增益等于 $Peak_{db}/2$ 的频率点分别是 $f_1$ 与 $f_2$ , 钟形滤波器带宽定义为 $|f_2 - f_1|$ ,  $Q_{bell} = f_0 / |f_2 - f_1|$ 。当相邻频带都需要大幅度抬升时, 固定 $Q$ 值滤波器组<sup>[2]</sup>在两个中心频率间的频响明显不平滑; 插值均衡器<sup>[4]</sup>是一个反馈系统, 用额外的滤波器来弥补固定 $Q$ 值均衡器, 系统开销较大; 自适应 $Q$ 值滤波器组采用可变 $Q$ 值线性化频响曲线<sup>[7]</sup>。虽然它能产生平坦响应, 但是算法复杂度较大。本文提出了基于带间干扰模型的设计方法, 降低了算法复杂度, 得到了较为平坦的频响曲线。

## 1 基于带间干扰模型的图示均衡器

物理上可实现的滤波器的阻带幅度响应不可能完全为 0<sup>[8]</sup>。因此，某个频段的信号电平抬升或衰减必然会影响到阻带。

$$H(s) = 1 + (k-1)B(s) = 1 + (k-1) \frac{\frac{s}{P(k)}}{s^2 + \frac{s}{P(k)} + 1} \quad (1)$$

式(1)是钟形滤波器的模型<sup>[7]</sup>， $B(s)$ 是原型滤波器。由文献[2]可知， $P$ 是与 $k$ 有关的函数，下文将 $P(k)$ 均记为 $P$ 。反归一化式(1)可得：

$$H_i(w) = \frac{(j\frac{w}{w_{ci}})^2 + k\frac{jw}{P_i w_{ci}} + 1}{(j\frac{w}{w_{ci}})^2 + \frac{jw}{P_i w_{ci}} + 1} \quad (2)$$

式中： $w_{ci}$ 为第 $i$ 个频段的中心频率； $j=\sqrt{-1}$ 为虚数单位。当 $w$ 在阻带时，式(2)就是第 $i$ 个滤波器产生的带间干扰。

### 1.1 相邻频段同幅度抬升(衰减)时的滤波器设计

本节主要考虑 2 个相邻频段抬升(衰减)相同的情况。假设均衡器中相邻 2 个频带的中心频率分别为 $w_{c1}$ 与 $w_{c2}$  ( $w_{c1} < w_{c2}$ )， $P$ 值分别为 $P_1$ 与 $P_2$ ，抬升量均为 $k$ 。传统算法不考虑带间干扰，均衡器频响 $H(w)$ 在第 1 个频段内就等于 $H_1(jw)$ ，这就造成了频响的误差。

无论是固定 $Q$ 值、插值还是自适应 $Q$ 值均衡器，目标都是在相邻频带内获得平坦的频响曲线。一般要求在 $w_{c1}$ 与 $w_{c2}$ 处，幅度响应相等。在 $w_{c1}$ 与 $w_{c2}$ 之间，幅度响应曲线平坦。根据上述设计要求， $|H(w_{c1})|=|H(w_{c2})|$ 。考虑 2 个频段的情况，串联系统的频响：

$$|H(w)| = |H_1(w) \cdot H_2(w)| = \left( \frac{[1 - (\frac{w}{w_{c1}})^2]^2 + \frac{k^2 w^2}{w_{c1}^2 P_1^2}}{[1 - (\frac{w}{w_{c1}})^2]^2 + \frac{w^2}{w_{c1}^2 P_1^2}} \cdot \frac{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{k^2 w^2}{w_{c2}^2 P_2^2}}{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{w^2}{w_{c2}^2 P_2^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

由 $|H(w_{c1})|=|H(w_{c2})|$ ，令 $\frac{w_{c1}}{w_{c2}} = \beta$  ( $0 < \beta < 1$ )，可得：

$$(\beta^2 - 1)^2 (P_2^2 - P_1^2) = 0 \quad (4)$$

因为 $0 < \beta < 1$ ，所以 $P_2 = P_1$ 。令 $P_2 = P_1 = P(k)$ ，系统幅度响应可简化为：

$$|H(w)| = |H_1(w) \cdot H_2(w)| = \left\{ \frac{[1 - (\frac{w}{w_{c1}})^2]^2 + \frac{k^2 w^2}{w_{c1}^2 P(k)^2}}{[1 - (\frac{w}{w_{c1}})^2]^2 + \frac{w^2}{w_{c1}^2 P(k)^2}} \cdot \frac{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{k^2 w^2}{w_{c2}^2 P(k)^2}}{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{w^2}{w_{c2}^2 P(k)^2}} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

笔者希望式(5)在相邻频段内平坦。对于 $H_1(w)$ ， $H_2(w)$ 即为带间干扰。理想的平坦响应要求在相邻频段内， $|H(w)|$ 是常量。定义平坦度：

$$Flat(w_{c1}, w_{c2}) = 1 - \frac{1}{w_{c2} - w_{c1}} \int_{w_{c1}}^{w_{c2}} (|H(w)| - C)^2 dw \quad (6)$$

$Flat(w_{c1}, w_{c2}) \leq 1$ 。 $Flat(w_{c1}, w_{c2})$ 越大，频响越平坦。 $|H(w)|$ 是常量 $C$ 时， $Flat(w_{c1}, w_{c2}) = 1$ ，频响平坦度最高。

由式(5)可知：

$$|H(w_{c1})| = k \cdot |H_2(w)| = k \cdot \left\{ \frac{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{k^2 w^2}{w_{c2}^2 P(k)^2}}{[1 - (\frac{w}{w_{c2}})^2]^2 + \frac{w^2}{w_{c2}^2 P(k)^2}} \right\}^{1/2} \neq k \quad (7)$$

定义 $k_{ex}$ 为外部增益(实际得到的增益)， $k_{in}$ 为内部增益(均衡器内部滤波器的增益)。带间干扰通常使得 $k_{ex} > k_{in}$ 。求式(6)最大值的解析解比较复杂，因此利用 MATLAB 仿真来获得数值解。参考固定 $Q$ 值均衡器模型<sup>[2]</sup>，将式(1)转化为数字滤波器后<sup>[6]</sup>，可得：

$$H(z) = \frac{1 + \alpha\sqrt{k} - 2\cos(w_{c1})z^{-1} + (1 - \alpha\sqrt{k})z^{-2}}{1 + \alpha/\sqrt{k} - 2\cos(w_{c1})z^{-1} + (1 - \alpha/\sqrt{k})z^{-2}} \quad (8)$$

式中  $\alpha = \sin(w_{c1})/(2Q)$ ,  $Q = P/\sqrt{k}$ 。

数值求解过程如下:

- 分别设定  $k_{in}$  与  $Q$  的范围和步长。通常,  $k_{in} \in [k_{ex}/2, k_{ex}]$ ,  $Q$  根据实际需求设定。
- 进入循环: 基于当前  $k_{in}$  与  $Q$ , 计算并保存  $Flat(w_{c1}, w_{c2})$ 。
- 循环结束, 进入 d); 否则, 更新  $k_{in}$  与  $Q$ , 回到 b)。
- 找  $Flat(w_{c1}, w_{c2})$  的最大值, 对应的  $k_{in}$  与  $Q$  为最优值。

由式(5)可知, 系统频响只与归一化频率  $w/w_{c1}$  及  $w/w_{c2}$  有关。10 段图示均衡器相邻频段的中心频率  $w_c$  相隔一个八度音, 即 2 倍关系。因此, 只需求解一个频带即可。一般图示均衡器的调节幅度为  $[-12 \text{ dB}, 12 \text{ dB}]$ , 步长 1 dB。文献[7]说明了相同幅度的抬升与衰减滤波器是对称模型, 因此只需求 1 dB, 2 dB, ..., 12 dB 对应的 12 组  $k_{in}$  与  $Q$  即可。表 1 列出了数值求解得到的参考结果。

表 1 不同调整值下的  $Q, k_{in}$  与平坦度参考值

$20\lg k_{ex} / \text{dB}$	$Q$	$k_{in}$	$Flat(w_{c1}, w_{c2})$
1	0.23	1.061 0	0.999 98
2	0.93	1.179 5	0.999 97
3	0.79	1.256 3	0.999 94
4	0.93	1.392 4	0.999 96
5	0.86	1.489 1	0.999 78
6	0.83	1.597 6	0.999 95
7	0.90	1.769 4	0.999 88
8	0.81	1.855 9	0.999 86
9	0.81	2.009 2	0.999 93
10	0.82	2.181 1	0.999 59
11	0.74	2.274 1	0.999 50
12	0.80	2.540 5	0.999 57

## 1.2 相邻频段不同幅度抬升(衰减)时的滤波器设计

当相邻频段不同幅度抬升时, 同样可以通过数值计算方法获得最优组合。假定频段 A 抬升幅度  $k_{A,ex}$  大于相邻频段  $k_{B,ex}$ , 求解过程如下:

a) 频段 A 的  $Q$  为常规值(例如: 带宽为半个八度音时,  $Q=1.42$ )。由表 1, 根据  $20\lg(k_{A,ex})$  和  $20\lg(k_{B,ex})$  分别查得  $k_{A,in}$ ,  $k_{B,in}$ (频段 A 和 B 的  $k_{in}$  值)以及  $Q_B$ (频段 B 的  $Q$  值)。

b) 循环细调  $k_{A,in}$  与  $k_{B,in}$ , 寻找与目标曲线匹配的最优调整比例  $k_{A, scale}, k_{B, scale}$ 。

c) 确定滤波器实际增益  $k_{A,in,opt} = k_{A,in} \cdot k_{A, scale}$  和  $k_{B,in,opt} = k_{B,in} \cdot k_{B, scale}$ 。

表 2 列出了  $k_{A,ex} > k_{B,ex}$  时对应的最优  $(k_{A, scale}, k_{B, scale})$  组合。高精度要求下, 表 2 需增加 1 dB, 2 dB, ..., 12 dB 中缺失列。一般情况下, 缺失列可使用距离最近的参考值。例如: 11 dB 可使用 12 dB 的参考值。

表 2  $(k_{A, scale}, k_{B, scale})$  列表

$20\lg(k_{B,ex})$	$(k_{A, scale}, k_{B, scale})$			
	$20\lg(k_{A,ex}) = 12 \text{ dB}$	$20\lg(k_{A,ex}) = 9 \text{ dB}$	$20\lg(k_{A,ex}) = 6 \text{ dB}$	$20\lg(k_{A,ex}) = 3 \text{ dB}$
1 dB	(1.7, 0.77)	(1.45, 0.87)	(1.25, 0.92)	(1.09, 1)
2 dB	(1.6, 0.8)	(1.37, 0.88)	(1.2, 0.95)	(1.08, 1)
3 dB	(1.52, 0.85)	(1.33, 0.93)	(1.13, 1.01)	
4 dB	(1.45, 0.88)	(1.25, 0.96)	(1.07, 1.04)	
5 dB	(1.35, 0.95)	(1.18, 1.05)	(1.04, 1.08)	
6 dB	(1.29, 1)	(1.1, 1.08)		
7 dB	(1.2, 1.05)	(1.05, 1.13)		
8 dB	(1.11, 1.15)	(1.05, 1.15)		
9 dB	(1.09, 1.17)			
10 dB	(1.04, 1.2)			
11 dB	(1.01, 1.25)			

## 2 测试结果

图 1 是主频段同幅度抬升 1 dB~12 dB 时的频响曲线。音频系统中, 通常以八度音间隔作为横坐标。间隔为 1, 代表中心频率成 2 倍关系。由图 1 可知, 均衡器在相邻中心频率间幅度响应平坦, 满足设计要求。图 2 展示了 3 种均衡器的比较。钟形滤波器组误差大于 2 dB, 固定  $Q$  值滤波器组抖动较大。基于带间干扰的滤波器组的频响曲线明显优于固定  $Q$  值和钟形滤波器组。

图 3 是主频段抬升 12 dB, 相邻频段抬升 1 dB~11 dB 时的频响曲线。由图 3 可知, 均衡器在相邻中心频率频

响满足设计要求，且过渡带平滑。图 4 展示了 3 种均衡器相邻频段分别抬升 6 dB 和 4 dB 时的频响曲线。钟形滤波器组和固定  $Q$  值滤波器误差较大或抖动明显。基于带间干扰的滤波器组的频响曲线明显优于前两者。

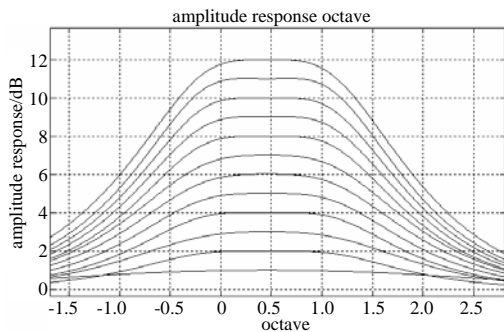


Fig.1 Equal lift in adjacent bands

图 1 相邻频段同幅度抬升 1 dB~12 dB 时的频响曲线

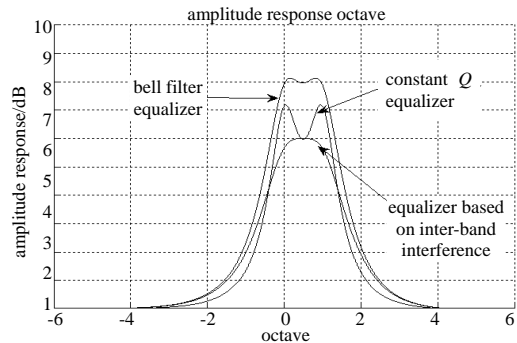


Fig.2 Comparison in equal lift

图 2 同幅度抬升时 3 种均衡器频响曲线比较

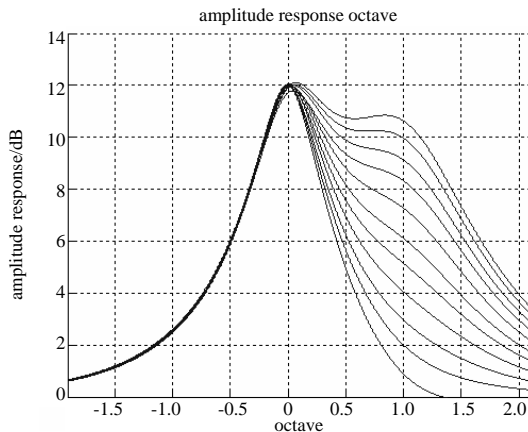


Fig.3 Unequal lift in adjacent bands

图 3 相邻频段不同幅度抬升时的频响曲线

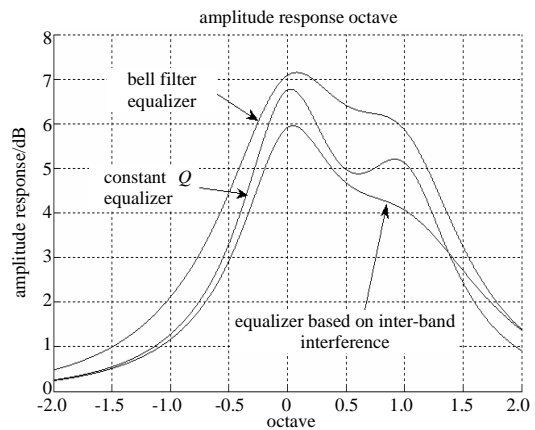


Fig.4 Comparison in unequal lift

图 4 不同幅度抬升时 3 种均衡器频响曲线比较

### 3 结论

本文提出了基于带间干扰模型的图示均衡器设计方法，定义了平坦度来评价均衡器的性能。由测试结果可知，基于带间干扰的均衡器相比钟形滤波器或固定  $Q$  值滤波器组成的均衡器性能有大幅提升。本方法虽然计算过程复杂，不适合实时计算，但可将表 1 和表 2 固化到程序中，采用查表法获得实时最优设置，减轻了实时计算的负担，适合实际应用。

#### 参考文献：

- [1] Ifeachor E C, Jervis B W. Digital signal processing: a practical approach[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2002:901-904.
- [2] Bohn D. Constant- $Q$  Graphic Equalizers[J]. J. Audio Eng. Soc., 1986,34(9):611-626.
- [3] Miller R S. Linearized filter band equipment and processes:US,7266205[P]. 2007-09-04.
- [4] Azizi S A. A New Concept of Interference Compensation for Parametric and Graphic Equalizer Banks[C]// AES 111th Convention. New York: Audio Engineering Society, 2001.
- [5] 陈光梦. 模拟电子学基础[M]. 上海:复旦大学出版社, 2005:77-78. (CHEN G M. Analog Electronics[M]. Shanghai:Fudan University Press, 2005:77-78.)
- [6] Bristow-Johnson R. Cookbook Formulae for Audio EQ Biquad Filter Coefficients[EB/OL]. [2010-06-22]. <http://www.musicdsp.org/files/Audio-EQ-Cookbook.txt>.
- [7] Miller R. Equalization Methods with True Response using Discrete Filters[C]// AES 116th Convention. Berlin:Audio Engineering Society, 2004.
- [8] 胡广书. 数字信号处理——理论、算法与实现[M]. 北京:清华大学出版社, 2003. (HU G S. Digital Signal Processing-Theory, Algorithm and Implementation[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2003.)

(下转第 68 页)