

文章编号: 1672-2892(2011)06-0680-04

地形特征对粒子滤波导航算法精度影响分析

孙立国, 李欣, 李世丹, 王德生

(清华大学 电子工程系, 北京 100084)

摘要: 地形导航是利用飞行器下方地形估计飞行器空间位置的导航方法。由于地形是强非线性模型, 因此地形导航可以看作非线性状态估计问题, 地形特征直接影响导航精度。在讨论粒子滤波导航算法基础上, 重点研究了地形特征对后验概率密度和 Cramer-Rao 下界的影响, 得出了地形梯度和相似度是影响粒子滤波导航算法精度的根本原因, 为飞行区域选择、飞行路径规划提供了依据, 具有较强的实用性。

关键词: 地形特征; 地形导航; 粒子滤波; Cramer-Rao 下界

中图分类号: TN967.6; U666.1

文献标识码: A

Influence of topographic feature on particle filter terrain navigation algorithm

SUN Li-guo, LI Xin, LI Shi-dan, WANG De-sheng

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Terrain navigation is the method that can estimate the position of aircraft from the terrain information of the area below the aircraft. As terrain height is a strongly nonlinear model, terrain navigation can be solved as a nonlinear state estimation problem, and the accuracy of its algorithm is directly influenced by the topographic feature. After deducing the particle filter navigation algorithm, an emphasized study is conducted about the influence of topographic feature on the calculation of posterior probability, and Cramer-Rao Lower Bound(CRLB). The conclusion is that the gradient and comparability in topographic feature are the essential characters to cause effects on the result of particle filter algorithm, which can provide reference for the flight zone selection and the flight route planning.

Key words: topographic feature; terrain navigation; particle filter; Cramer-Rao lower bound(CRLB)

地形导航^[1-2]是利用机载设备测量下方地形高度, 如图 1 所示, 通常利用机载气压高度表测出飞行器海拔高度, 利用雷达高度表测出飞行器距下方地形高度, 两者之差就是下方地形的海拔高度。与机载数字高程图对比得到飞行器位置信息的导航方法, 具备较强的抗干扰能力, 是现代组合导航中常用的一种定位手段。地形导航的定位精度与传感器精度、数字高程图精度、导航算法以及飞行器下方地形特征都有很大关系^[3], 其中地形特征对导航算法的精度有较大影响^[4]。一般来说, 地形高度起伏比较剧烈的地方, 如丘陵和山区, 定位精度较高; 对于地形起伏非常小的地方, 如平原和湖面, 定位精度较差, 甚至无法使用。由于地形高度是地球表面长期在各种力影响下自然形成的, 是一个强非线性模型, 因此地形导航本质上可以看作非线性状态估计问题。粒子滤波^[5-8]是解决此类非线性估计问题的有效手段, 由于飞行器位置信息只有两维, 计算量不大, 可以满足实时性要求。本文详细推导了粒子滤波导航算法定位过程, 通过对后验概率和 Cramer-Rao 下界计算的分析, 得出地形梯度和相似度是影响算法精度的两个根本原因。

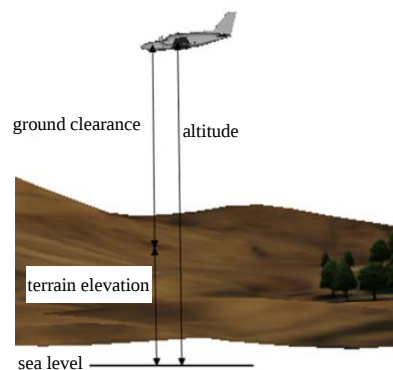


Fig.1 Theory of terrain navigation
图 1 地形导航定位原理

1 粒子滤波导航算法

粒子滤波又称为序列蒙特卡洛方法,其本质是利用蒙特卡洛思想,采用大量粒子来近似状态向量后验概率的空间分布,如图 2 所示。由于是用大量粒子做近似计算,所以基本不受模型复杂度的限制,适合非线性、非高斯状态估计问题。粒子滤波的主要缺点是计算量较大,尤其在需要估计的状态向量维数较大时,需要采用大量粒子才能得到较高精度。由于计算粒子权重需要做归一化,所以无法并行处理,导致实际使用中很难提高处理速度。由于地形导航只需确定飞行器的水平位置,需要估计的状态向量只有两维,维数较少,所以采用粒子数不需要太大,可以满足实时估计需要。

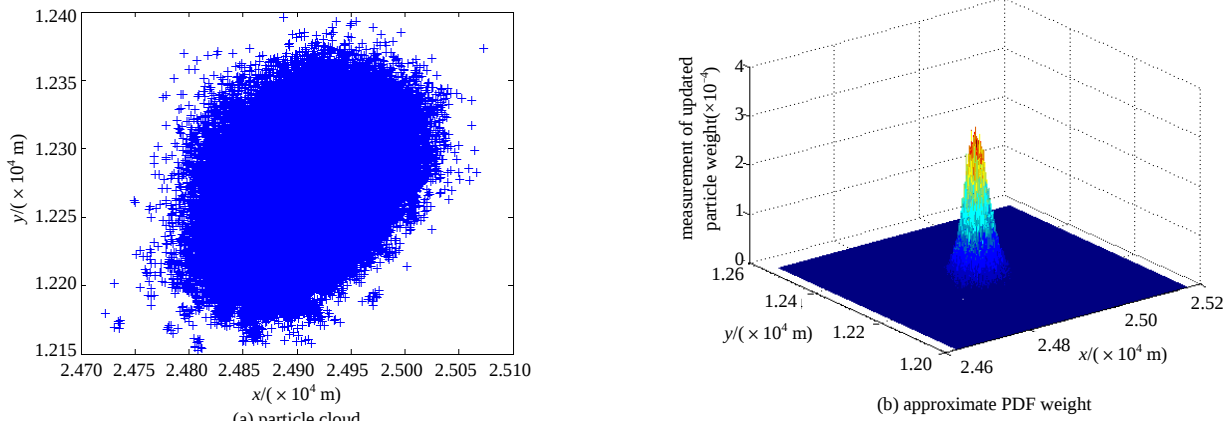


Fig.2 Particle cloud and its approximate Probability Distribution Function(PDF) weight

图 2 粒子云近似概率密度函数

首先建立粒子滤波地形导航算法的状态方程和观测方程。

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + u_t + v_t \\ y_t = h(x_t) + e_t \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_t 表示飞行器的水平位置,是 1 个二维向量; u_t 表示采样间隔内飞行距离,通常由惯性导航设备获得; y_t 表示测量得到的飞行器下方地形高度; $h(x_t)$ 表示数字高程地图中 x_t 点的地形高度,由于地形是一个强非线性模型,而且高度采样点是离散的,通常采用双线性插值的方法计算得到 $h(x_t)$ 。噪声 v_t, e_t 是相互独立的噪声,分布已知, $v_t \sim p_{v_t}(\cdot), e_t \sim p_{e_t}(\cdot)$ 。设 $Y_t = \{y_i\}_{i=1}^t$ 表示从初始到时间 t 的观测值。

粒子滤波整个过程分为预测更新和观测更新,分别表示如下:

$$\begin{cases} p(x_t | Y_{t-1}) = \int_{R^n} p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | Y_{t-1}) dx_{t-1} \\ p(x_t | Y_t) = \frac{p(y_t | x_t) p(x_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \end{cases} \quad (2)$$

对于非线性、非高斯状态估计问题, $p(x_t | Y_t)$ 是没有解析表达式的,所以需要数值方法来近似。粒子滤波的本质就是用大量粒子分布在状态空间内,然后利用预测更新来调节粒子分布,利用观测更新来调节粒子权重,最终得到近似的后验概率 $p(x_t | Y_t)$ 。

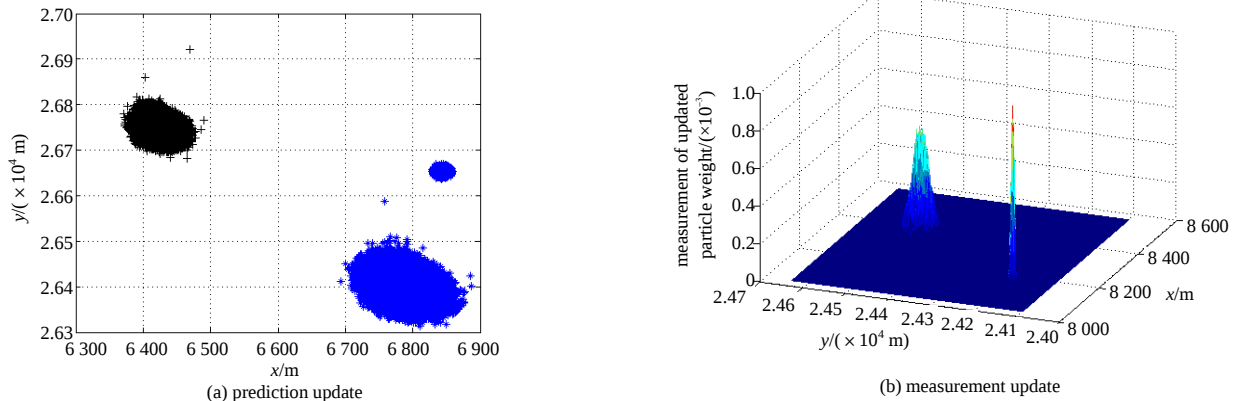


Fig.3 Prediction update and measurement update

图 3 预测更新和观测更新

如图 3(a)所示的是一次预测更新,左上角是 $t-1$ 时刻的粒子分布,右下角是 t 时刻的粒子分布,可以很明显看到,粒子在状态空间内分布面积变大,也就是说预测更新引入状态方程中的噪声,状态的不确定度增加了。如图 3(b)所示的是一次观测更新,由于引入了观测信息,可以利用似然函数来调节概率分布,所以状态的不确定度减小了。

2 地形相似度对后验概率影响

后验概率 $p(x_t | Y_t)$ 可以用 N 个带权重的粒子来近似,如式(3):

$$p(x_t | Y_t) \approx \sum_{i=1}^N \omega_t^{(i)} \delta(x_t - x_t^{(i)}) \quad (3)$$

式中 $\omega_t^{(i)}$ 是第 i 个粒子归一化后的权重,计算方法如下:

$$\omega_t^{(i)} = \frac{\tilde{\omega}_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \tilde{\omega}_t^{(j)}} \quad i=1,2,\dots,N. \quad (4)$$

选取粒子并计算粒子权重 $\tilde{\omega}_t^{(i)}$ 的方法有很多,最简单的方法是利用状态传递作为重要密度函数来选取粒子,粒子权重如下:

$$\tilde{\omega}_t^{(i)} = p(y_t | x_t^{(i)}) \omega_{t-1}^{(i)} \quad (5)$$

式中 $p(y_t | x_t^{(i)}) = p_{et}(y_t - h(x_t^{(i)}))$ 。

对于状态向量的最小均方误差估计: $\hat{x}_t = \int x_t p(x_t | Y_t) dx_t$

可以转化成粒子权重和,如式(6):

$$\hat{x}_t \approx \sum_{i=1}^N \omega_t^{(i)} x_t^{(i)} \quad (6)$$

对于地形高度相似的地区,粒子的权重是很相似的,后验概率密度可能会出现多个尖峰。定位精度会受到较大影响。

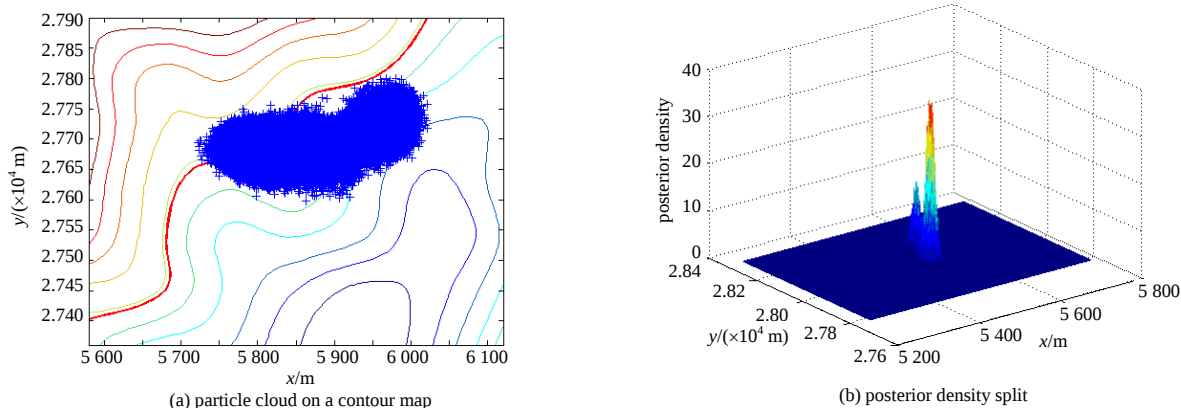


Fig.4 Posterior probability density splits up into two high peaks due to terrain repeatability

图4 地形相似导致后验概率密度分布分裂成2个尖峰

如图 4(a)所示,粒子分布基本与等高线平行,很多粒子对应的地形高度基本相同,导致近似出来的后验概率出现2个尖峰,如图 4(b),这种情况下定位精度就会比较差。

3 地形梯度对 Cramer-Rao 下界影响

对于状态估计问题, Cramer-Rao 下界(CRLB)是描述估计精度的一个统计量。

对于式(1), 设 $Q_t = E\{v_t v_t^T\}$, $R_t = E\{e_t e_t^T\}$, 根据文献[1]有

$$P_{t+1} = P_t - P_t H_t (H_t^T P_t H_t + R_t)^{-1} H_t^T P_t + Q_t \quad (7)$$

P_t 是 t 时刻估计的 Cramer-Rao 下界, 式中:

$$H_t = \nabla_x h(x) |_{x=x_t} \quad (8)$$

因为测量误差矩阵 R_t 是对角阵, 所以 P_{t+1} 可以记为:

$$\mathbf{P}_{t+1} = (\mathbf{P}_t^{-1} + \mathbf{R}_t^{-1} \mathbf{Z}_t)^{-1} + \mathbf{Q}_t \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{Z}_t = E\{\mathbf{H}_t \mathbf{H}_t^T\} \quad (10)$$

根据文献[7], 对于确定状态估计问题, 可以假设 $\mathbf{P}_t \rightarrow \bar{\mathbf{P}}(x)$, 当 $t \rightarrow \infty$, 式(9)可以重写为:

$$\bar{\mathbf{P}}(x) \approx \bar{\mathbf{P}}(x)(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{P}}(x)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Z}(x)) + \mathbf{Q} \quad (11)$$

从式(11)可以推导出:

$$\bar{\mathbf{P}}^2(x) = \mathbf{Q}\mathbf{Z}^{-1}(x)\mathbf{R} \quad (12)$$

通过式(12)可以看到, Cramer-Rao 下界和传感器的精度、地形局部梯度有关系。地形梯度越大的地方, Cramer-Rao 下界越小, 这样的地方能够得到较高的定位精度。

4 结论

地形导航精度会受到飞行器下方地形影响, 通过详细分析粒子滤波导航算法后验概率和 Cramer-Rao 下界计算, 得出地形的梯度和相似度是地形影响定位精度的根本原因。在实际使用中, 为了得到较好的定位精度, 通常需要预先规划飞行路径或者选择飞行区域, 本文结论可以作为规划的依据, 具备较强的实用性。

参考文献:

- [1] Bergman N. Bayesian Inference in Terrain Navigation[D]. LINKÖPING:Linköping University, 1997.
- [2] 岳亚洲, 陆志东, 党进, 等. 一种基于路径筛选的地形匹配算法[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(5):532-537. (YUE Yazhou, LU Zhidong, DANG Jin, et al. Terrain matching algorithm based on path screening[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2009, 17(5):532-537.)
- [3] 王可东, 杨勇. 地形辅助导航匹配误差研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(6):1809-1813. (WANG Kedong, YANG Yong. Research on Matching Error of Terrain-aided Navigation[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6):1809-1813.)
- [4] SUN Liguang, LI Shidan, Wang Desheng, et al. Measuring Terrain Information Using Multifractal and Wavelets in Terrain Navigation[C]// Image and Signal Processing. Tianjin:[s.n.], 2009:1296-1299.
- [5] Gustafsson F, Gunnarsson F, Bergman N, et al. Particle filters for positioning, navigation and tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2):425-437.
- [6] 姚智颖, 刘冬, 刘光斌. 基于粒子滤波的 INS/TAN 组合导航[J]. 电光与控制, 2006, 13(3):54-55, 64. (YAO Zhiying, LIU Dong, LIU Guangbin. INS/TAN navigation based on particle filter[J]. Electronics Optics & Control, 2006, 13(3):54-55, 64.)
- [7] Karlsson R, Gustafsson F, Karlsson T. Particle Filtering and Cramér-Rao Lower Bound for Underwater Navigation[C]// Acoustics, Speech and Signal Processing. Hong Kong:[s.n.], 2003:65-68.
- [8] 魏怡, 王伟, 谈春艳. 粒子滤波在图像数据分析中的应用[J]. 信息与电子工程, 2008, 6(4):270-274. (WEI Yi, WANG Wei, TAN Chunyan. Particle Filter and its Application in Image Data Analysis[J]. Information and Electronic Engineering, 2008, 6(4):270-274.)

作者简介:



孙立国(1982-), 男, 山东省潍坊市人, 博士, 主要研究方向为组合导航、数据融合、雷达终端技术. email:slg00@mails.tsinghua.edu.cn.

李欣(1967-), 女, 辽宁省葫芦岛市人, 博士, 主要研究方向为数据融合、图像处理、组合导航.

李世丹(1983-), 男, 辽宁省大连市人, 博士, 主要研究方向为数据融合、雷达终端系统.

王德生(1946-), 男, 北京市人, 博士生导师, 教授, 主要研究方向为雷达信号处理和终端系统、数据融合.