

文章编号: 1672-2892(2011)06-0739-05

线性自调频系统动力学行为分析

李俊平¹, 胡文^{1,2}, 赵广浩¹, 李春彪³

(1.南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏 南京 210016; 2.南京长江电子信息产业集团有限公司, 江苏 南京 210037;
3.江苏经贸职业技术学院 工程技术系, 江苏 南京 210007)

摘要: 为重点研究线性自调频系统的动力学行为, 根据锁相环的结构提出了一种新的线性自反馈调频系统, 通过对线性自调频系统数学模型的分析, 其动力学行为可以用简单的正弦映射描述。文章通过相空间轨迹、分岔图和 Lyapunov 指数研究正弦映射中的动力学行为和混沌现象, 发现其动力学行为具有周期性和对称性的特点。同时分析对比了自调频混沌系统在不同状态下的频谱, 为进一步研究自调频混沌信号源的设计和应用提供理论依据和数值参考。

关键词: 锁相环; 自调频; 正弦映射; 分岔图; Lyapunov 指数

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

Dynamic behavior analysis of linear self-FM system

LI Jun-ping¹, HU Wen^{1,2}, ZHAO Guang-hao¹, LI Chun-biao³

(1.College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics; Nanjing Jiangsu 210016, China;
2.Nanjing Changjiang Electronics Group CO., LTD, Nanjing Jiangsu 210037, China; 3.Jiangsu Institute of Economic and Trade Technology;
Nanjing Jiangsu 210007, China)

Abstract: According to the structure of phase locked loop, a new linear self feedback FM system is proposed, and its dynamic behaviors are studied. Based on the analysis of mathematical model of linear system since FM, the dynamic behavior can be described by using simple sine mapping. The dynamic behaviors and chaos phenomena of sine mapping are studied through phase space trajectory, bifurcation and Lyapunov exponent. It is discovered that the system bears the characteristics of periodic and symmetry on its dynamic behaviors. The frequency spectra under different conditions are compared for the chaos system of since FM, which may provide theoretical basis and numerical reference for the design of the self-FM chaos signal source.

Key words: phase locked loop; self-FM; sine mapping; bifurcation; Lyapunov exponent

混沌作为一种非线性动态系统中出现的确定性的、类随机的运动^[1], 在过去的几十年中, 一直被人们广泛研究。它具有内在随机性、宽带、初值敏感性、遍历性和有界性等特点, 能够产生类似白噪声的宽带信号, 混沌的这些特征在各种工程应用中有潜在的应用价值^[2-5], 尤其是在信息加密、保密通信和混沌雷达等特殊领域有着更为广泛的应用前景。在大部分应用中, 混沌系统通常作为信号源起到重要作用, 因此, 许多结构和原理都不相同的混沌系统被用于产生混沌信号^[6]。混沌在雷达中的应用主要是基于混沌信号十分理想的相关特性。当前, 现代雷达越来越需要宽带信号和高速信号, 以及越来越“随机”的信号形式, 根据混沌信号具有频谱很宽的类噪声特性, 利用混沌系统可用来产生类噪声信号和伪随机编码的雷达波形。自 1963 年美国麻省理工学院著名气象学家 Lorenz 提出第一个混沌系统以来, 国内外诸多学者提出并构造了大量的混沌系统^[7-8]。但是大部分混沌系统都含有形式多样的非线性项, 有丰富的动力学特性。本文根据锁相环的结构提出了一种线性的自调频系统, 产生一种连续线性调频的混沌信号, 该混沌信号具有宽频带、峰均功率比低和频率可控性等特点。本文研究线性自调频系统的混沌现象, 通过分析其结构得到的数学模型是一种正弦映射。对正弦映射的分析揭示了丰富的分岔现象, 证实了混沌现象的存在。对频谱进一步的分析, 指出了此类自调频系统频谱的可控性。

收稿日期: 2010-12-30; 修回日期: 2011-03-18

基金项目: 南京航空航天大学基本科研业务费专项科研资助项目(NS2010096); 航空基金资助课题(2009ZC52038; 2008ZC52026)

1 自调频系统模型与分析

1.1 自调频系统模型

锁相环是一类得到广泛应用和研究的电路^[9], 其结构如图 1 所示。锁相环是常见的一类反馈控制系统, 通常有一个输入信号和一个输出信号, 通过环路鉴相器比较输入与输出信号的相位差控制压控振荡器的频率实现输入输出信号间的相位同步。当无输入信号时, 锁相环从结构上可以看作一种自调频系统。本文研究自调频系统中的一个特例线性自调频系统, 系统框图见图 2, 压控振荡器的控制信号每间隔 ΔT 时间以线性关系 $w_{n+1} = ax_n + b$ 跳变。

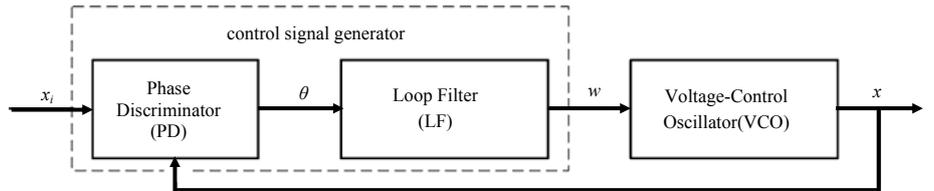


Fig.1 Block diagram of the Phase Locked Loop

图 1 锁相环框图

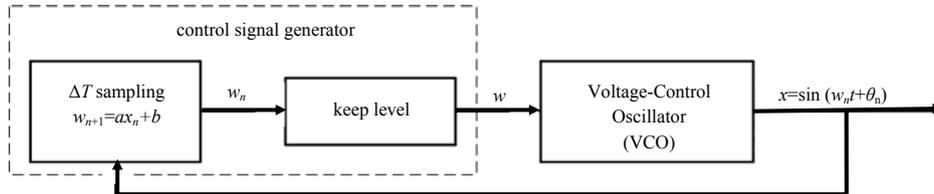


Fig.2 Block diagram of the linear self-FM system

图 2 线性自调频系统框图

自调频系统可以由如下方程描述:

$$w_{n+1} = ax_n + b, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

式中: $x_n = \sin(w_n \Delta T + \theta_{n-1})$; $b \geq a > 0$; $\Delta T > 0$; θ_{n-1} 为相位。显然, 式(1)的动力学行为由控制参数 $a, b, \Delta T$ 决定。

在调频的过程中设调频信号的相位是连续的, 则第 $n+1$ 时刻的相位 θ_{n+1} 为:

$$\theta_{n+1} = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} w_{k+1} dt_1 = \theta_n + (ax_n + b)\Delta T \quad (2)$$

因此, 自调频系统的模型可以描述为:

$$\begin{cases} \theta_{n+1} = \theta_n + (ax_n + b)\Delta T \\ x_{n+1} = \sin(\theta_{n+1}) \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)简化可得到的一维映射如下:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + [a \sin(\theta_n) + b] \Delta T \quad (4)$$

将式(4)归一化得到:

$$z_{n+1} = [z_n + (p_1 \sin(2\pi z_n) + p_2) \Delta T] \bmod 1 \quad (5)$$

式中: $p_1 = \frac{a}{2\pi}$; $p_2 = \frac{b}{2\pi}$; $z_n = (\frac{\theta_n}{2\pi}) \bmod 1$, $z_n \in [0, 1]$, 这时, 一维映射的动力学行为由控制参数 $p_1, p_2, \Delta T$ 决定。

1.2 自调频系统的动力学分析

1.2.1 迭代曲线与不动点

为了便于分析, 将式(5)改写为:

$$z_{n+1} = f(z_n) = z_n + (p_1 \sin(2\pi z_n) + p_2) \Delta T - K_n \quad (6)$$

式中 K_n 取非负整数, 且满足 $K_n = \lfloor z_n + (p_1 \sin(2\pi z_n) + p_2) \Delta T \rfloor$ 。

当 $[p_1 \sin(2\pi z_n) + p_2] \Delta T = K_n$ 时, 等式(6)存在不动点, 即为 $z_n = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{K_n}{p_1 \Delta T} - p_2\right)$ 。当 $\Delta T = 5$, $p_1 = 1$ 时, $p_2 = 1.3, 1.4, 1.45, 1.6$ 分别对应的一次函数迭代曲线见图 3(a)、3(b)、3(c)、3(d)。容易算出, 一次迭代曲线与斜率为

1 的直线存在多个交点, $p_2 = 1.3$ 和 1.45 时, 所有的交点都有大于 1 的斜率, 显然是不稳定的不动点, 而 $p_2 = 1.4, 1.6$ 时, 在 0.25 和 0.75 处各有 1 个不动点, 这 2 个不动点都是与斜率为 1 的直线相切的, 因此, 这 2 个不动点是稳定的不动点。

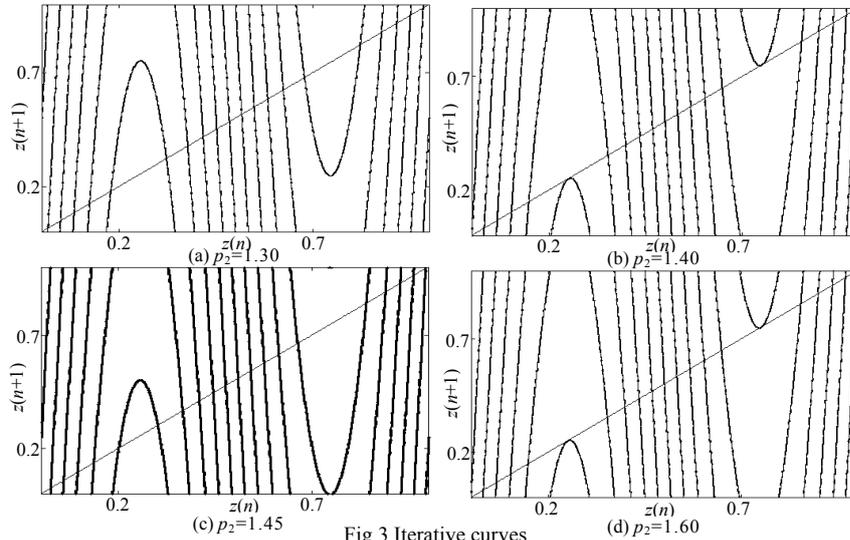


Fig.3 Iterative curves
图 3 迭代曲线

1.2.2 分岔图和 Lyapunov 指数

一维函数映射在 $p_1 = 1, \Delta T = 5$ 时的分岔图和 Lyapunov 指数谱见图 4, 从 Lyapunov 指数谱中可以看出, 参数 p_2 在区间 $[1, 6]$ 内, Lyapunov 指数的 0 值以 0.1 为间隔周期出现在 $p_2 = 1, 1.1, 1.2, \dots, n$ 等点处, 在 2 个 0 值之间, 存在 Lyapunov 指数为正的混沌带。根据式 (6), 由于 $\Delta T = 5$, 当 $p_2 = 1, 1.2, 1.4, 1.6, \dots, n$ 时, $p_2 \Delta T$ 为整数, 等式 (6) 可写为 $z_{n+1} = z_n + p_1 \Delta T \sin(2\pi z_n) - K_{1n}$, 显然, 在这些点及其邻域内系统的行为是相同的。同时根据图 3(b) 和图 3(d), 可以看到, 此时系统存在 2 个稳定不动点, 因此存在 2 个独立的稳定周期 1 轨道, Lyapunov 指数为 0。当 $p_2 = 1.1, 1.3, 1.5, \dots, n$ 时, $p_2 \Delta T$ 与 0.5 相差若干整数, 等式 (6) 又可以写为 $z_{n+1} = z_n + p_1 \Delta T \sin(2\pi z_n) + 0.5 - K_{2n}$, 同理在这些点及其邻域内, 系统的行为也是相同的, 且容易从它们的二次迭代曲线(见图 5)得到 2 个稳定的不动点, 存在稳定周期 2 轨道, 因此 Lyapunov 指数也为 0。分岔图、Lyapunov 指数和迭代曲线的对照分析证明, 系统的动力行为具有周期性, 单周期状态、双周期状态和混沌状态周期性地出现。

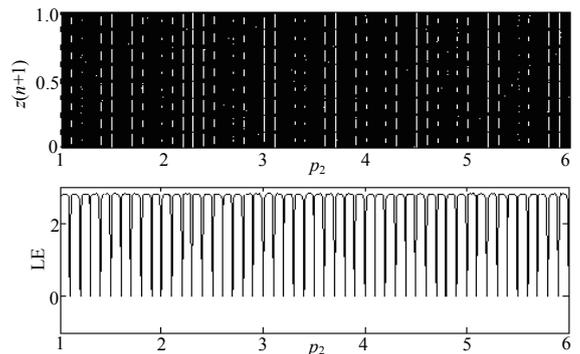


Fig.4 Bifurcation and Lyapunov exponent of one-dimensional functional mapping
图 4 一维函数映射的分岔图和 Lyapunov 指数

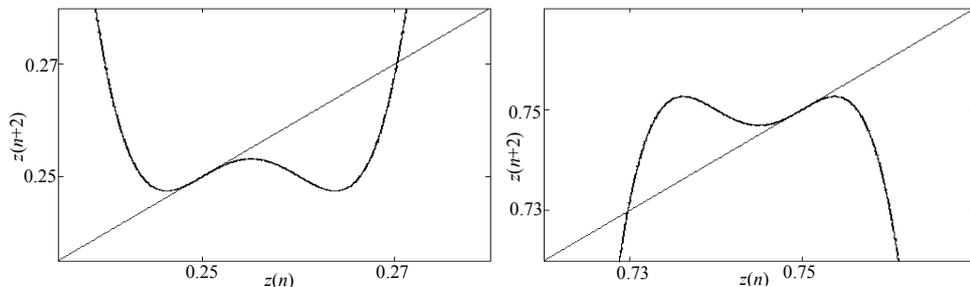


Fig.5 Second iterative curves near 0.25 and 0.75 ($p_2=1.3$)
图 5 0.25 和 0.75 附近的二次迭代曲线 ($p_2=1.3$)

放大图 4 中分岔图和 Lyapunov 指数的 $p_2 \in [1, 1.5]$ 区间, 局部分岔图和 Lyapunov 指数谱见图 6, $p_2 = 1.1$ 邻域内的分岔图结构和 $p_2 = 1.3$ 邻域内的结构相同, $p_2 = 1.2$ 邻域内的分岔图的结构和 $p_2 = 1.1$ 邻域内的结构相同, 进一步验证了系统动力学行为的周期性, 以 $1/\Delta T = 0.2$ 为周期。

$p_2 = 1.3$ 和 $p_2 = 1.4$ 邻域内的局部分岔图和 Lyapunov 指数谱分别如图 7(a)和图 7(b)所示, 可以看到系统的分岔和 Lyapunov 指数在 $p_2 = 1.3$ 附近分别呈偶对称, 在 $p_2 = 1.4$ 附近分别呈奇对称。并且在 $p_2 = 1.3$ 附近, 系统发生了倍周期分岔, 在 $p_2 = 1.4$ 附近, 系统稳定不动点位置发生了突变, 这也可以从图 3(b)得到验证。

1.3 系统处于不同状态时的频谱分析

前面分析了系统的动力学行为, 存在单周期状态、双周期状态和混沌状态。通过数值仿真得到了 $p_2 = 1.4$ 单周期状态、 $p_2 = 1.3$ 双周期状态和 $p_2 = 1.45$ 混沌状态时的对数谱和混沌状态时的频谱图, 分别如图 8(a)、8 (b)、8 (c)、8 (d) 所示, 仿真结果由归一化无量纲的系统得到。

比较图 8 中不同状态时的频谱, 单周期状态时的 20 dB 带宽为 0, 双周期状态时, 是线状谱, 20 dB 带宽也为 0, 而混沌状态时的 20 dB 带宽大约为 2.2, 相对单周期状态和双周期状态要宽得多, 说明了混沌信号的宽频带特性, 即该系统可以产生宽频带的混沌信号, 同时也说明该系统产生的信号波形的频谱具有可控性。这为进一步对自调频混沌信号源的设计和应用提供理论依据。

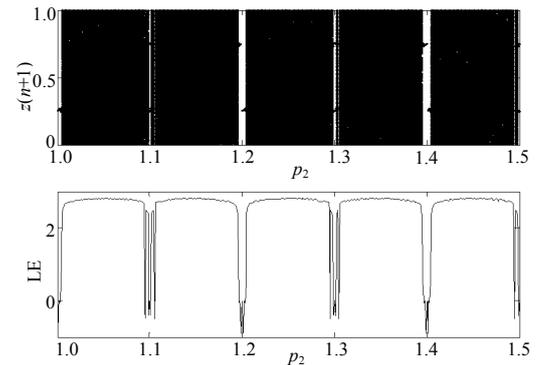


Fig.6 Bifurcation and Lyapunov exponent in $p_2 \in [1, 1.5]$

图 6 $p_2 \in [1, 1.5]$ 区间内的局部分岔图和 Lyapunov 指数谱

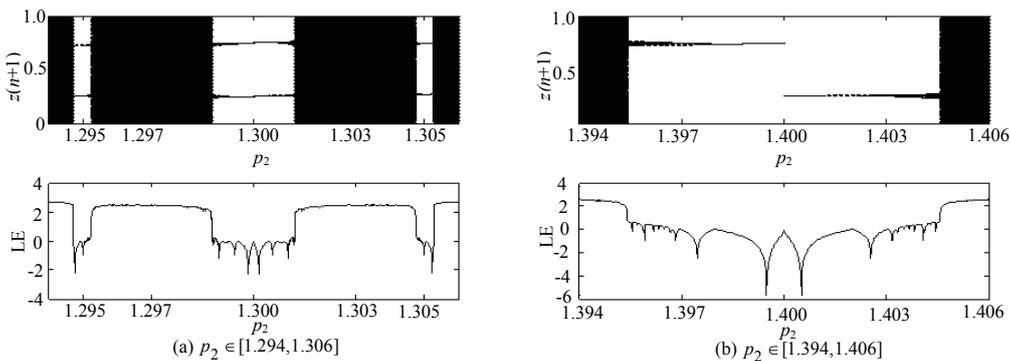


Fig.7 Bifurcation and Lyapunov exponent

图 7 $\Delta T = 5, p_1 = 1$ 时的分岔图和 Lyapunov 指数

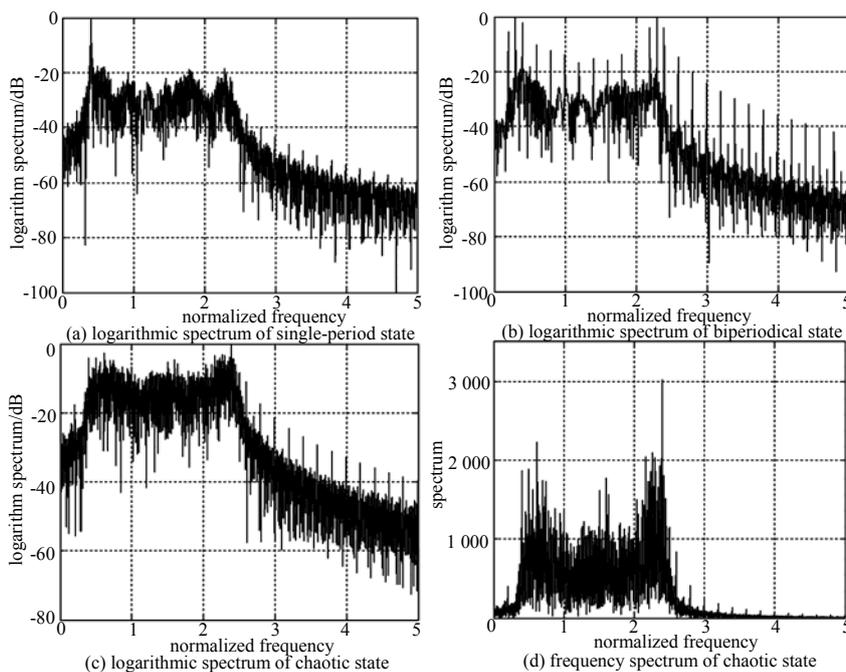


Fig.8 Spectrum of different states

图 8 不同状态时的频谱

2 结论

本文研究自调频系统中的一个特例线性自调频系统,该自调频系统的模型可以由一维映射来描述。重点研究了一维映射的迭代曲线和不动点、控制参数 p_2 变化时系统的分岔图和 Lyapunov 指数,观察到了稳定不动点的突变、倍周期分岔、周期性和对称性分岔等丰富的现象。从而可知,系统的动力学行为具有周期性,周期为 $1/\Delta T$,在一个周期内,系统的运动状态遍历了单周期状态 \rightarrow 混沌状态 \rightarrow 双周期状态 \rightarrow 混沌状态。在参数变化时,系统可以产生许多混沌带,表明该系统产生的信号具有不同频段范围的宽频带特性,并且不同频带频谱具有可调性,这意味着,该系统可以作为混沌信号源,在混沌雷达、保密通信等特殊领域有广泛的应用前景和重要的应用价值。

参考文献:

- [1] 陈朝,汤天浩. 基于混沌扩频 CDMA 的伽利略卫星定位系统编码技术[J]. 信息与电子工程, 2010,8(2):128-133. (CHEN Zhao,TANG Tianhao. Coding technology in Galileo system based on chaotic spreading spectrum CDMA[J]. Information and Electronic Engineering, 2010,8(2):128-133.)
- [2] Yao Ji,Lawrance,A J. Performance Analysis and Optimization of Multi-User Differential Chaos-Shift Keying Communication Systems[J]. Circuits and Systems I:Regular Papers,IEEE Transactions on, 2006,53(9):2075-2091.
- [3] Pizolato J C,Pomero MA,Goncalves Neto L. Chaotic Communication Based on the Particle in a Box Electronic Circuit[J]. Circuits and Systems I:Regular Papers,IEEE Transactions on, 2008,55(4):1108-1115.
- [4] Nan Xie,Leung H. Blind identification of autoregressive system using chaos[J]. Circuits and Systems I:Regular Papers, IEEE Transactions on, 2005,32(9):1953-1964.
- [5] YANG Hua,Jiang Guoping. Irrational-Based Time-Hopping Modulation for UWB Communication, Circuits and Systems I:Regular Papers,IEEE Transactions on, 2008,55(4):364-368.
- [6] Yu Simin,Lu Jinhu,H Leung,et al. Design and implementation of n-scroll chaotic attractors from a general jerk circuit[J]. Circuits and Systems I:Regular Papers,IEEE Transactions on, 2005,52(7):1459-1476.
- [7] 赵耿,郑德玲. 保密通信系统中数字流混沌产生器的同步[J]. 电子学报, 2002,30(4):536-539. (ZHAO Geng,ZHENG Deling. Synchronization of Digital-Flow Chaos Generators in Secure Communication[J]. Acta Electronica Sinica, 2002,30(4): 536-539.)
- [8] LIU Z,ZHU X H,HU W,et al. Principles of chaotic signal radars[J]. Int. Bifurc J. Chaos, 2007,17(1):1735-1739.
- [9] 王照峰,王仕成,苏德伦. 锁相环电路的基本概念及应用研究[J]. 电气应用, 2005,24(8):46-48. (WANG Zhaofeng, WANG Shicheng,SU Delun. Basic concepts and applied research of PLL circuits[J]. Electrotechnical Journal, 2005,24(8): 46-48.)

作者简介:



李俊平(1985-),女,山东省德州市人,在读硕士研究生,主要研究方向为信号处理. lijunping1010@163.com.

胡文(1979-),男,南昌市人,讲师,主要研究方向信号处理.

李春彪(1971-),男,江苏宝应人,副教授,主要研究方向为非线性系统与动力学.

赵广浩(1988-),男,江苏淮安人,在读硕士研究生,主要研究方向信号处理.