

文章编号：2095-4980(2013)01-0073-07

太赫兹缝隙衍射的严格求解方法

李建龙^a, 曾冰^b, 张彬^b, 孙年春^b

(四川大学 a.720所, 四川 成都 610065; b.电子信息学院, 四川 成都 610064)

摘要：基于严格电磁场理论和结构拓展思想，提出了太赫兹缝隙结构衍射的严格物理模型，得到了太赫兹缝隙衍射情形下入射、衍射和透射区域内电磁场基本模式的严格表达。数值计算表明太赫兹波在晶体(砷化镓)、非金属(FR-4)等材料缝隙的透射系数与太赫兹波频率的变化趋势大体相似，得出缝隙材料对太赫兹波的透射系数影响不明显；但是，缝隙的个数、材料的种类以及基底材料的厚度对太赫兹缝隙衍射最大透射系数的影响明显。本文方法也可用于研究太赫兹波亚波长区域内、微纳光学元件体内衍射传输等问题。

关键词：太赫兹；严格理论；缝隙衍射；透射系数；求解方法

中图分类号：TN129; O43; O44

文献标识码：A

A new strict method for solving the gap diffraction of terahertz wave

LI Jian-long^a, ZENG Bing^b, ZHANG Bin^b, SUN Nian-chun^b

(a. Institute of Nuclear Science and Technology, Chengdu Sichuan 610065, China; b. College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610064, China)

Abstract: Based on the rigorous electromagnetic theory and the structure development equivalent medium theory, a strict physical model of the terahertz wave diffracted by the gap structure is proposed. The strict expression of the basic mode of the electromagnetic field in the diffraction and transmission regions of terahertz wave incident on any surface gap is obtained. Numerical calculations show that the changing trend of the THz wave propagating in the crystal(GaAs) is similar to that of its propagation in non-metal(FR-4), and the material has not obvious effect on the transmission coefficient in the terahertz frequency. However, the number of gaps, the types of material and the thickness of the substrate material has obvious effect on the maximum transmission coefficient in the terahertz wave. The proposed method can also be used to study the THz wave propagating in the sub-wavelength region, the diffraction and transmission of THz wave in micro-nano optical components and so on.

Key words: terahertz; strict theory; gap diffraction; transmission coefficient; solving method

太赫兹(THz)辐射通常指频率在0.1 THz~10 THz之间的太赫兹波，其波段在微波和红外之间，由于其频率范围处于电子学和光子学的交叉区域^[1-3]，太赫兹波的理论研究处在经典理论和量子跃迁理论的过渡区，其性质表现出一系列不同于其他电磁波辐射的特殊性^[4-10]。因此，近年来这个新兴的研究领域受到各国科学家的极大关注。本文从严格的太赫兹场理论出发，提出采用模式理论^[11-12]来研究太赫兹波的缝隙结构的透射系数。基本思想是：1) 把它的结构拓展为矩形衍射缝槽；2) 把求解区域剖分成3个平行分区；3) 在每一分区内，由麦克斯韦方程组找出太赫兹场的基本模式场；4) 在每一分区内的太赫兹场都是基本模式场的线性叠加，其叠加系数代表基本模式场的振幅，由电磁场的边界条件确定。

1 理论模型

设衍射缝槽方向沿y轴方向，基底平面垂直于z轴方向，其横切面的几何外形和分层方法如图1所示。衍射缝槽沿x轴方向呈周期变化，衍射缝槽的周期T可设为 $3a > T > 2a$ 。在一个周期范围内，在衍射缝槽层中，其上

收稿日期：2012-11-07；修回日期：2012-12-09

基金项目：中央高校基本业务费资助项目(2011SCU008)；中国工程物理研究院太赫兹科学技术基金资助项目(CAEPHZ201204)

下界面坐标分别为 $z = -h/2$ 和 $z = h/2$ ，沿 x 轴方向的分界面坐标为 $x = -a/2$ 和 $x = a/2$ ，相对介电常数具有周期性，使得

$$\varepsilon(x+T) = \varepsilon(x) \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon, & |x| \in (a/2, T/2), \\ \varepsilon = 1, & |x| \in (0, a/2). \end{cases} \quad (2)$$

在衍射缝槽层中，用傅里叶函数的线性叠加来表示太赫兹波基本模式场，且横向边界($|x|=a/2$)条件得到严格满足麦克斯韦方程组。如果 $\varepsilon(x)$ 具有对称性，矩阵元素也具有对称性。对于图 1 的衍射缝槽结构，

$$(\bar{\varepsilon})_{mn} = \begin{cases} (1-\frac{1}{\varepsilon}) \frac{\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi}, & m \neq n \\ \frac{1}{\varepsilon} + \frac{a}{T}(1-\frac{1}{\varepsilon}), & m = n \end{cases} \quad (3)$$

$$(\varepsilon)_{mn} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi}, & m \neq n \\ \varepsilon + \frac{a}{T}(1-\varepsilon), & m = n \end{cases} \quad (4)$$

对于线性介质， $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$ ，由麦克斯韦方程得：

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu H_x, & \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -i\omega\varepsilon E_x, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu H_y, & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon E_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu H_z, & \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -i\omega\varepsilon E_z. \end{cases} \quad (5)$$

由于在分界面上不存在自由电荷和传导电流，电场强度和磁场强度的切向分量、电位移矢量和磁感应强度的法向分量都必须连续。在纵向分界面 $|z|=h/2$ 处， E_x, E_y, H_x, H_y 必须连续。在横向分界面 $|x|=a/2$ 处， $D_x (= \varepsilon E_x), E_y, E_z, B_x (= \mu H_x), H_y, H_z$ 必须连续。由于 ε, μ 不连续，从而 $E_x, D_y (= \varepsilon E_y), D_z (= \varepsilon E_z), H_x, B_y (= \mu H_y), B_z (= \mu H_z)$ 不连续。在上下非衍射缝槽层中， ε, μ 均是与 x 坐标无关的常数，其基本模式场的每一个分量可直接设成：

$$\exp\{ik_0[\alpha_m x + \gamma_m^l(z - z^l)]\} \quad (6)$$

式中： l 仅代表上层 1、下层 3， $z^1 = -b/2, z^3 = b/2$ 。

$$\alpha_m = \sin\theta + \frac{\lambda}{T}m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty. \quad (7)$$

把式(6)代入亥姆霍兹方程中，得本征值为：

$$\gamma_m^1 = \pm \sqrt{1 - \alpha_m^2} = \gamma_m^3 \quad (8)$$

从而，各均匀介质层中的本征值被完全确定。

在衍射缝槽层中，用傅里叶函数的线性叠加来表示基本模式场。设 m 代表傅里叶模编号，设衍射缝槽层内的基本模式场为傅里叶模：

$$[\mathbf{E}, \sigma_0 \mathbf{H}] = \exp[ik_0 \alpha_m x] [e_{xm}, e_{ym}, e_{zm}, -h_{xm}, h_{ym}, h_{zm}] \exp[ik_0 \gamma(z + b/2) + i\omega t], \quad \alpha_m = \sin\theta + \frac{\lambda}{T}m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \infty \quad (9)$$

γ 是待求参量，它对应于波矢量的 z 分量。在衍射缝槽层中，注意到对自变量 x 而言，边界条件要求 $D_x (= \varepsilon E_x), E_y, E_z, B_x (= \mu H_x), H_y, H_z$ 连续。由于 ε, μ 不连续，从而 $E_x, D_y (= \varepsilon E_y), D_z (= \varepsilon E_z), H_x, B_y (= \mu H_y), B_z (= \mu H_z)$ 不连续。对麦克斯韦方程组(5)进行处理，再用矩阵表述，得：

$$\begin{cases} -\mathbf{e}_y \cdot \boldsymbol{\gamma} = -\mathbf{h}_x, & -\bar{\varepsilon} \mathbf{h}_y \cdot \boldsymbol{\gamma} = -\mathbf{e}_x, \\ \mathbf{e}_x \cdot \boldsymbol{\gamma} - \alpha \mathbf{e}_z = \mathbf{h}_y, & -\mathbf{h}_x \cdot \boldsymbol{\gamma} - \alpha \mathbf{h}_z = -\varepsilon \mathbf{e}_y, \\ \alpha \mathbf{e}_y = \mathbf{h}_z, & \alpha \mathbf{h}_y = -\varepsilon \mathbf{e}_z. \end{cases} \quad (10)$$

从而分别得到 s 波和 p 波的本征矩阵方程：

$$(\varepsilon - \alpha \alpha) \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_y \boldsymbol{\gamma}^2, \quad \mathbf{h}_x = \mathbf{e}_y \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad \mathbf{h}_z = \alpha \mathbf{e}_y \quad (\text{s}) \quad (11)$$

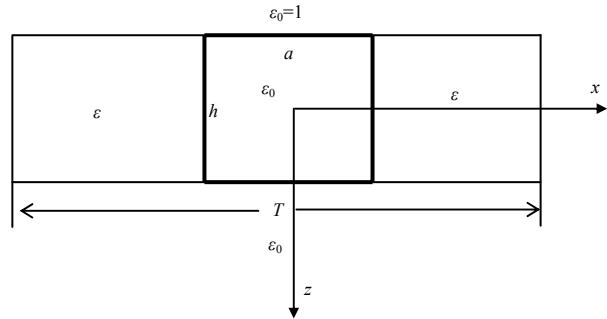


Fig.1 Structure of the diffraction slot and the layered approach
图 1 衍射缝槽结构及分层方法

$$(\mathbf{I} - \alpha \boldsymbol{\varepsilon}^{-1} \boldsymbol{\alpha}) \mathbf{h}_y = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{h}_y \boldsymbol{\gamma}^2, \quad \mathbf{e}_x = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{h}_y \boldsymbol{\gamma}, \quad \mathbf{e}_z = -\boldsymbol{\varepsilon}^{-1} \boldsymbol{\alpha} \mathbf{h}_y \quad (\text{p}) \quad (12)$$

式中： $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z, \mathbf{h}_x, \mathbf{h}_y, \mathbf{h}_z, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\varepsilon}$ 均为方矩阵，上角标“-1”代表逆矩阵， $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\gamma}$ 为对角阵。显然，式(11)和式(12)相互独立，但完全相似。下面只讨论 s 波，p 波可利用 s 波的结果(甚至计算程序)，仅需作对应量的替换即可。解本征矩阵方程(11)，求得本征值 $\boldsymbol{\gamma}$ 和本征矢 $\mathbf{e}_y, \mathbf{h}_x, \mathbf{h}_z$ ，模式场就被完全确定。这里本征值 γ_m 的值正负成对出现，正值代表上行波，负值代表下行波。

在入射层($l=1$)、透射层($l=3$)中，本征值的解析表达式与式(7)~式(8)完全相同，本征矢的解析表达式为：

$$\mathbf{e}_y = \mathbf{I}, \quad h_x = \boldsymbol{\gamma}, \quad h_z = \boldsymbol{\alpha} \quad (\text{s}) \quad (13)$$

$$h_y = \mathbf{I}, \quad e_x = \boldsymbol{\gamma}, \quad e_z = \boldsymbol{\alpha} \quad (\text{p}) \quad (14)$$

求得太赫兹模式场后，太赫兹场的通解是这些模式场的线性叠加，对于 s 波，太赫兹场表达式可为：

$$\begin{cases} E_{1y} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] e_{1y} \{ \exp[i \Gamma_1(z + h/2)] u_1 + \exp[-i \Gamma_1(z + h/2)] d_1 \} \\ \sigma_0 H_{1x} = -\sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{1x} \{ \exp[i \Gamma_1(z + h/2)] u_1 - \exp[-i \Gamma_1(z + h/2)] d_1 \} \\ \sigma_0 H_{1z} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{1z} \{ \exp[i \Gamma_1(z + h/2)] u_1 - \exp[-i \Gamma_1(z + h/2)] d_1 \} \\ \\ E_{2y} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] e_{2y} \{ \exp[i \Gamma_2(z - h/2)] u_2 + \exp[-i \Gamma_2(z - h/2)] d_2 \} \\ \sigma_0 H_{2x} = -\sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{2x} \{ \exp[i \Gamma_2(z - h/2)] u_2 - \exp[-i \Gamma_2(z - h/2)] d_2 \} \\ \sigma_0 H_{2z} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{2z} \{ \exp[i \Gamma_2(z - h/2)] u_2 - \exp[-i \Gamma_2(z - h/2)] d_2 \} \\ \\ E_{3y} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] e_{3y} \exp[i \Gamma_3(z - h/2)] u_3 \\ \sigma_0 H_{3x} = -\sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{3x} \exp[i \Gamma_3(z - h/2)] u_3 \\ \sigma_0 H_{3z} = \sum_{\omega} \exp[i k_0(\alpha x) + i \omega t] h_{3z} \exp[i \Gamma_3(z - h/2)] u_3 \end{cases} \quad (15)$$

式中： $e_{1y} = e_{3y} = \mathbf{I}, h_{1x} = h_{3x} = \boldsymbol{\gamma}_1, h_{2x} = e_{2y} \boldsymbol{\gamma}_2, h_{1z} = h_{3z} = \boldsymbol{\alpha}, h_{2z} = \boldsymbol{\alpha} e_{2y}$ ； h 为层厚； u_i, d_i 分别代表上行波和下行波各模式场振幅系数构成的列矢量； $\Gamma_l = k_0 \gamma_l$ ， $\exp(\pm i \Gamma_l z)$ 为对角阵。把式(15)代入太赫兹场的切向分量在水平分界面上的连续条件中

$$E_{l,y} = E_{l+1,y}, \quad H_{l,x} = H_{l+1,x} \quad (16)$$

可得

$$\begin{cases} e_{1y}(u_1 + d_1) = e_{2y}[\exp(-i \Gamma_2 h) u_2 + \exp(i \Gamma_2 h) d_2] \\ h_{1x}(u_1 - d_1) = h_{2x}[\exp(-i \Gamma_2 h) u_2 - \exp(i \Gamma_2 h) d_2] \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} e_{2y}(u_2 + d_2) = e_{3y} u_3 \\ h_{2x}(u_2 - d_2) = h_{3x} u_3 \end{cases}$$

令 $A = \exp(i \Gamma_2 h), W = e_{2y}$ ，从而得到

$$\begin{cases} (u_1 + d_1) = W(A^{-1} u_2 + A d_2) \\ \gamma_1(u_1 - d_1) = W \gamma_2(A^{-1} u_2 - A d_2) \end{cases} \quad \begin{cases} W(u_2 + d_2) = u_3 \\ W \gamma_2(u_2 - d_2) = \gamma_1 u_3 \end{cases} \quad (18)$$

可解得 d_1, u_2, d_2, u_3 ，太赫兹场表达式就可以最后确定了。令

$$d_1 = R_1 u_1, u_2 = A T_1 u_1, d_2 = R_2 u_2, u_3 = T_2 u_2, \bar{R}_2 = A R_2 A, \quad (19)$$

式中： R_1 代表入射界面外侧的反射系数阵， R_2 代表透射界面内侧的反射系数阵， \bar{R}_2 代表入射界面内侧的反射系数阵， T_1 代表入射界面内侧的透射系数阵， T_2 代表透射界面外侧的透射系数阵，得到：

$$\begin{cases} (I + R_1) = W(I + \bar{R}_2) T_1 \\ \gamma_1(I - R_1) = W \gamma_2(I - \bar{R}_2) T_1 \end{cases} \quad \begin{cases} W(I + R_2) = T_2 \\ W \gamma_2(I - R_2) = \gamma_1 T_2 \end{cases} \quad (20)$$

解得

$$\begin{cases} T_2 = 2(W^{-1}\gamma_1 + \gamma_2 W^{-1})^{-1}\gamma_2 \\ R_2 = W^{-1}T_2 - I \\ T_1 = 2[\gamma_1 W(I + \bar{R}_2) + W\gamma_2(I - \bar{R}_2)]^{-1}\gamma_1 \\ R_1 = W(I + \bar{R}_2)T_1 - I \end{cases} \quad (21)$$

对于 p 波, 太赫兹场表达式为:

$$\begin{cases} \sigma_0 H_{1y} = \sum \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] h_{1y} \{\exp[i\Gamma_1(z + h/2)] u_1 + \exp[-i\Gamma_1(z + h/2)] d_1\} \\ E_{1x} = \sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{1x} \{\exp[i\Gamma_1(z + h/2)] u_1 - \exp[-i\Gamma_1(z + h/2)] d_1\} \\ E_{1z} = \sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{1z} \{\exp[i\Gamma_1(z + h/2)] u_1 - \exp[-i\Gamma_1(z + h/2)] d_1\} \\ \sigma_0 H_{2y} = \sum \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] h_{2y} \{\exp[i\Gamma_2(z - h/2)] u_2 + \exp[-i\Gamma_2(z - h/2)] d_2\} \\ E_{2x} = \sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{2x} \{\exp[i\Gamma_2(z - h/2)] u_2 - \exp[-i\Gamma_2(z - h/2)] d_2\} \\ E_{2z} = \sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{2z} \{\exp[i\Gamma_2(z - h/2)] u_2 - \exp[-i\Gamma_2(z - h/2)] d_2\} \\ \sigma_0 H_{3y} = \sum \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] h_{3y} \exp[i\Gamma_3(z - h/2)] u_3 \\ E_{3x} = -\sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{3x} \exp[i\Gamma_3(z - h/2)] u_3 \\ E_{3z} = \sum_{\omega} \exp[ik_0(\alpha x) + i\omega t] e_{3z} \exp[i\Gamma_3(z - h/2)] u_3 \end{cases} \quad (22)$$

式中: $h_{1y} = h_{3y} = I$, $e_{1x} = e_{3x} = \gamma_1$, $e_{1z} = e_{3z} = \alpha$, $e_{2x} = \bar{\varepsilon} h_{2y} \gamma_2$, $e_{2z} = -\varepsilon^{-1} \alpha h_{2y}$; h 为层厚; u_l, d_l 分别代表上行波和下行波各模式场振幅系数构成的列矢量; $\Gamma_l = k_0 \gamma_l$, $\exp(\pm i\Gamma_l z)$ 为对角阵。把式(15)代入太赫兹场的切向分量在水平分界面上的连续条件中

$$E_{l,y} = E_{l+1,y}, \quad H_{l,x} = H_{l+1,x} \quad (23)$$

解得:

$$\begin{cases} h_{1y}(u_1 + d_1) = h_{2y}[\exp(-i\Gamma_2 h)u_2 + \exp(i\Gamma_2 h)d_2] \\ e_{1x}(u_1 - d_1) = e_{2x}[\exp(-i\Gamma_2 h)u_2 - \exp(i\Gamma_2 h)d_2] \end{cases} \quad \begin{cases} h_{2y}(u_2 + d_2) = h_{3y}u_3 \\ e_{2x}(u_2 - d_2) = e_{3x}u_3 \end{cases} \quad (24)$$

令 $A = \exp(i\Gamma_2 h)$, $W = h_{2y}$, $V = \bar{\varepsilon} h_{2y}$, 从而得到

$$\begin{cases} (u_1 + d_1) = W[A^{-1}u_2 + Ad_2] \\ \gamma_1(u_1 - d_1) = V\gamma_2[A^{-1}u_2 - Ad_2] \end{cases} \quad \begin{cases} W(u_2 + d_2) = u_3 \\ V\gamma_2(u_2 - d_2) = \gamma_1u_3 \end{cases} \quad (25)$$

可解得 d_1, u_2, d_2, u_3 , 太赫兹场表达式就最后确定了。令

$$d_1 = R_1 u_1, u_2 = AT_1 u_1, d_2 = R_2 u_2, u_3 = T_2 u_2, \bar{R}_2 = AR_2 A, \quad (26)$$

R_1 代表入射界面外侧的反射系数阵, R_2 代表透射界面内侧的反射系数阵, \bar{R}_2 代表入射界面内侧的反射系数阵, T_1 代表入射界面内侧的透射系数阵, T_2 代表透射界面外侧的透射系数阵, 得到

$$\begin{cases} (I + R_1) = W(I + \bar{R}_2)T_1 \\ \gamma_1(I - R_1) = V\gamma_2(I - \bar{R}_2)T_1 \end{cases} \quad \begin{cases} W(I + R_2) = T_2 \\ V\gamma_2(I - R_2) = \gamma_1 T_2 \end{cases} \quad (27)$$

解得

$$\begin{cases} T_2 = 2(V^{-1}\gamma_1 + \gamma_2 W^{-1})^{-1}\gamma_2 \\ R_2 = W^{-1}T_2 - I \\ T_1 = 2[\gamma_1 W(I + \bar{R}_2) + V\gamma_2(I - \bar{R}_2)]^{-1}\gamma_1 \\ R_1 = W(I + \bar{R}_2)T_1 - I \end{cases} \quad (28)$$

上述太赫兹场的表达式结果是由各衍射级次构成的线阵。光强为:

$$I \propto [\sum_{m,n} E_{xm} E_{xn}^* + E_{ym} E_{yn}^* + E_{zm} E_{zn}^*]. \quad (29)$$

为了检验程序的正确性, 需要计算无耗介质的反射率和透射率。按下述方式定义第 m 级反射波的反射率 η_m^R 和第 m 级透射波的透射率 η_m^T ,

$$\eta_m^R = \frac{\overline{S_{mz}^R}}{\overline{S_{1z}}}, \quad \eta_m^T = \frac{\overline{S_{mz}^T}}{\overline{S_{1z}}} \quad (30)$$

其中 $\overline{S_{1z}}$, $\overline{S_{mz}^R}$ 和 $\overline{S_{mz}^T}$ 分别代表第 1 层中的入射波、第 m 级反射波和第 3 层中第 m 级透射波的能流密度的 z 分量对时间的平均值。

设 ψ 为偏振角, 可求得 s 波的反射率 η_{sm}^R 和透射率 η_{sm}^T 为:

$$\begin{cases} \eta_{sm}^R = \left| \left(R_1^s \right)_{m,1} \sin \psi \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\gamma_{1,m}}{\gamma_{1,0}} \right) \\ \eta_{sm}^T = \left| \left(u_3^s \right)_m \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\gamma_{3,m}}{\gamma_{1,0}} \right) \end{cases} \quad (31)$$

同理, p 波的反射率 η_{pm}^R 和透射率 η_{pm}^T 为:

$$\begin{cases} \eta_{pm}^R = \left| \left(R_{p+}^1 \right)_{m,1} \cos \psi \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\gamma_{1,m}}{\gamma_{1,0}} \right) \\ \eta_{pm}^T = \left| \left(u_3^p \right)_m \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\gamma_{3,m}}{\gamma_{1,0}} \right) \end{cases} \quad (32)$$

对于无耗介质, 由能量守恒关系应有:

$$\sum_m (\eta_{sm}^R + \eta_{sm}^T + \eta_{pm}^R + \eta_{pm}^T) = 1 \quad (33)$$

对于有耗介质, ε 是复数。

a) 单缝情形

$$(\bar{\varepsilon})_{mn} = \begin{cases} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \frac{\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi}, & m \neq n \\ \frac{1}{\varepsilon} + \frac{a}{T} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right), & m = n \end{cases} \quad (34)$$

$$(\varepsilon)_{mn} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi}, & m \neq n \\ \varepsilon + \frac{a}{T}(1-\varepsilon), & m = n \end{cases} \quad (35)$$

b) 双缝情形

$$(\bar{\varepsilon})_{mn} = \begin{cases} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \frac{2\cos[(m-n)\pi d/T]\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi} \\ \frac{1}{\varepsilon} + \frac{2a}{T} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right), \end{cases} \quad m = n \quad (36)$$

$$(\varepsilon)_{mn} = \begin{cases} \frac{(1-\varepsilon)2\cos[(m-n)\pi d/T]\sin[(m-n)\pi a/T]}{(m-n)\pi} \\ \varepsilon + \frac{2a}{T}(1-\varepsilon), \end{cases} \quad m = n \quad (37)$$

式中: a 为缝宽; d 为缝距。当然, 多缝的情形也可得到类似的结果, 在此略去。

2 数值模拟

基于第 1 部分的严格电磁场理论, 数值分析太赫兹波通过砷化镓(GaAs)、FR-4 复合材料单缝和多缝的衍射场透射系数, 缝宽为 $3 \mu\text{m}$, 缝间距离为 $1.5 \mu\text{m}$ 。

图 2 给出了太赫兹波透过砷化镓晶体材料缝隙、基底为 $40 \mu\text{m}$ 砷化镓材料的透射系数随入射太赫兹频率的变化。从图 2 可以看出单缝和五缝结构中, 当入射太赫兹波的频率小于 0.6 THz 时, 太赫兹波的透射系数随着频率的增加而增加, 当入射太赫兹波的频率大于 0.6 THz 时, 其透射系数随着入射频率的增大而减小, 当入射频率为 0.6 THz 时, 其透射系数最大, 接近 1。这是因为随着太赫兹波频率的增加, 其各频率成分对应的波长减小, 相对于缝隙宽度的相对系数就小, 因而波长与缝隙的特征尺寸的相对系数变小, 导致入射太赫兹波的缝隙衍射效

应变得明显，从而会出现单峰现象。从图 2 的第 3 个小图可以看出，单缝与五缝的衍射透射系数的变化趋势虽然相似，但是其最大透射系数对应的频率发生改变。

图 3 给出了太赫兹透过缝隙材料为 FR-4，基底材料为硅的缝隙透射系数随频率的变化。从图 3 可以看出，单缝和五缝隙太赫兹波的透射系数变化趋势几乎完全相同，即当入射太赫兹波的频率小于 0.62 THz 时，其透射系数随着频率的增大而增大；当入射太赫兹波的频率大于 0.62 THz 时，其透射系数随着频率的增大而减小。但是从图 3 的第 3 个小图可以看出，太赫兹波透过缝隙材料为 FR-4、基底材料为硅的单缝、五缝隙透射系数最大的频率不同，后者对应的频率大于前者的频率，这种变化与太赫兹透过砷化镓晶体材料缝隙的趋势完全相同。比较图 2 和图 3，可知太赫兹波透过这 2 种缝隙的透射系数随频率的变化趋势相同，材料对太赫兹波的单缝、五缝衍射的透射系数的影响不明显。

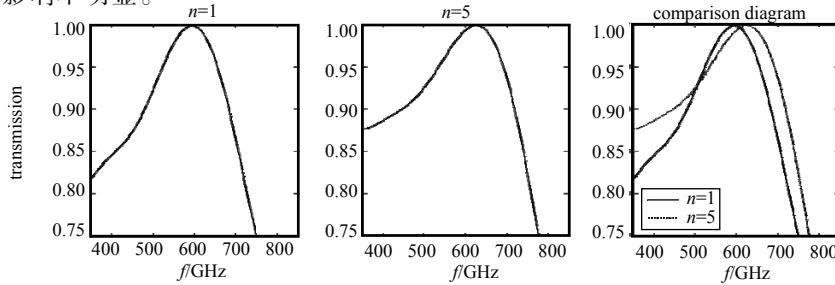


Fig.2 Transmission coefficient of terahertz wave passing through the gap of GaAs varying with frequency

图 2 太赫兹波透过砷化镓(GaAs)缝隙的透射系数随频率的变化

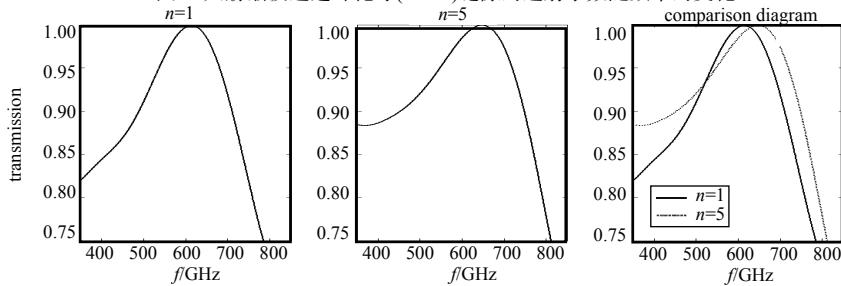


Fig.3 Transmission coefficient of terahertz wave passing through the gap of FR-4 composite material varying with frequency

图 3 太赫兹波透过 FR-4 复合材料缝隙透射系数随频率的变化

图 4 给出了太赫兹波透过缝隙材料为 FR-4，衬底为不同厚度硅材料的透射系数随频率的变化。从图 4 可以看出，基底材料的厚度对太赫兹单缝衍射透过率随入射频率的变化趋势影响不明显，不同厚度基底的透射系数都是随着入射频率的增大先增大，然后减小，不过上升的梯度比下降的梯度要小。同时，不同厚度基底的透射系数最大处对应的频率发生移动，随着基底厚度的增大，其对应的频率依次增大。太赫兹波透过图 2 条件中缝隙，不同厚度基底的缝隙衍射的透射系数随厚度的变化与图 4 类似，在此略去。

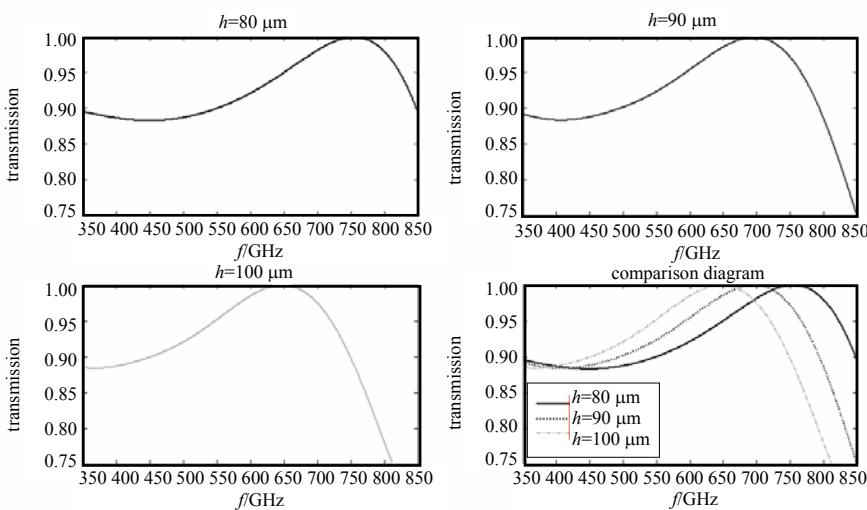


Fig.4 Transmission coefficient of the terahertz wave passing through the gap of FR-4 material with different thickness of substrate

图 4 太赫兹波透过不同厚度基底 FR-4 单缝透射系数随频率的变化

从以上各图可以看出，太赫兹透过各种材料缝隙结构的透射系数随入射频率的变化趋势有一定的相似性，缝隙材料对太赫兹波的透射系数影响不明显。但是，缝隙的个数、材料的种类以及基底材料的厚度对太赫兹的缝隙衍射最大透射系数影响明显。

3 结论

建立太赫兹缝隙结构衍射物理模型，用于分析太赫兹波在晶体(砷化镓)、非金属材料(FR-4)等材料缝隙的透射系数与太赫兹波频率的变化趋势，说明太赫兹透过各种材料缝隙结构的透射系数随入射频率的变化趋势有一定的相似性，缝隙材料对太赫兹波的透射系数影响不明显；但是，缝隙的个数、材料的种类以及基底材料的厚度对太赫兹的缝隙衍射最大透射系数影响明显。本文所提的方法也可用于研究太赫兹波亚波长区域内、微纳光学元件体内衍射传输等问题。

参考文献：

- [1] Siegel P H. Terahertz technology[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002,50(3):910–928.
- [2] Ferguson B, Zhang X C. Materials for terahertz science and technology[J]. Nature Materials, 2002,1(1):26–33.
- [3] Fitch M J,Osiander R. Terahertz waves for communications and sensing[J]. Johns Hopkins Applied Physics Laboratory Technical Digest, 2004,25(4):348–355.
- [4] 许景周,张希成. 太赫兹科学技术和应用[M]. 北京:北京大学出版社, 2007. (XU Jingzhou,ZHANG Xicheng. Terahertz science and technology applications[M]. Beijing:Peking University Press, 2007.)
- [5] Adam A J L,Planken P C M,Meloni S,et al. Terahertz imaging of hidden paint layers on canvas[J]. Optics Express, 2009,17(5):3407–3416.
- [6] Tonouchi M. Cutting-edge terahertz technology[J]. Nature Photonics, 2007,1(2):97–105.
- [7] Han P Y,Cho G C,Zhang X C. Time-domain transillumination of biological tissues with terahertz pulses[J]. Optics Letters, 2000,25(4):242–245.
- [8] Federici J,Moeller L. Review of terahertz and subterahertz wireless communications[J]. Journal of Applied Physics, 2010,107(11):111101-1–111101-22.
- [9] 姚俊邑,傅煊. 基于CC2431实现的无线传感器网络定位[J]. 信息与电子工程, 2010,10(3):257–260. (YAO Junyi,FU Xuan. Location estimation based on CC2431 RF transceiver in WSN[J]. Information and Electronic Engineering, 2010, 10(3):257–260.)
- [10] 王鹏,杨春,文招金. 高速通用数字调制器的设计与实现[J]. 信息与电子工程, 2012,10(3):247–250. (WANG Peng, YANG Chun,WEN Zhaojin. Design and implementation of high speed and general-purpose digital modulator[J]. Information and Electronic Engineering, 2012,10(3):247–250.)
- [11] 李建龙,吕百达. 厄米-高斯光束通过正弦和矩形浮雕光栅传输特性的比较研究[J]. 物理学报, 2007,56(10):5772–5777. (LI Jianlong,LÜ Bada. A comparative study of propagation properties of Hermite–Gaussian beams through gratings with sinusoidal and rectangular reliefs. Acta Physica Sinica, 2007,56(10):5772–5777.)
- [12] 李建龙,吕百达. 线偏振高斯光束通过条形浮雕光栅的传输[J]. 物理学报, 2007,56(10):5778–5783. (LI Jianlong,LÜ Bada. Propagation of linearly polarized Gaussian beams through a bar relief diffraction grating[J]. Acta Physica Sinica, 2007,56(10):5778–5783.)

作者简介：



李建龙(1978-)，男，湖南省邵阳市人，副教授，研究方向为太赫兹传输与通信、光束传输等。email:sculjl@163.com.

曾冰(1988-)，男，重庆市人，在读博士研究生，主要研究方向为高功率激光技术及器件、太赫兹传输的基本理论等。

张彬(1969-)，男，四川省绵阳市人，博士，教授，主要研究方向为超短脉冲技术、光束传输以及太赫兹科学和技术的基本理论等。

孙年春(1959-)，男，湖南省益阳市人，硕士，教授，主要研究方向为光束的传输和控制。