

文章编号: 2095-4980(2013)04-0614-05

## 压缩感知在多源图像融合中的应用

杜 鑫

(南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 210016)

**摘 要:** 针对全采样传统图像融合方法中计算量大、时间复杂度高的问题, 提出了一种基于压缩感知(CS)理论的多源图像融合模型。为满足一定的稀疏性, 将源图像在过完备二维离散余弦变换(DCT)字典上进行稀疏表示, 并通过随机观测得到待融合的观测值; 在每一图像块上采用基于标准差的方法自适应地计算融合权值, 加权合成融合后的观测值, 然后利用改进步长的梯度追踪算法求解稀疏系数, 得到最终融合图像。实验结果表明: 与传统方法相比, 提出的融合模型在减少计算量和存储容量的同时, 能更好地从源图像中提取信息, 获得效果较好的融合图像。

**关键词:** 压缩感知; 图像融合; 图像重构; 梯度追踪

**中图分类号:** TN911.73

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA201304.0614

## Application of compressed sensing in multi-source image fusion

DU Xin

(College of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** A new fusion method based on Compressed Sensing(CS) is proposed to solve storage and computation cost problems in traditional image fusion algorithms. Sparse representation coefficients of source images are obtained on the basis of overcomplete two-dimensional Discrete Cosine Transform(DCT) dictionary. Then the observed values which will be fused are got by applying random projection on the coefficients. The weights of each image block are calculated adaptively based on standard deviation method. Thus input image measurements are fused into composite measurements via weighted averaging. The fused image is reconstructed through improved gradient pursuit with modified stepsize. The simulation results show that, comparing with other fusion algorithms, the proposed method can achieve better performance on fusion results with less sampling numbers and low computational complexity.

**Key words:** Compressed Sensing; image fusion; image reconstruction; gradient pursuit

由于传感器自身物理特性、成像机理等各方面的限制, 单一的图像传感器往往不能从场景中提取足够信息, 而多源图像融合充分利用源图像之间互补信息, 为进一步的图像分割、目标识别等提供有效支持。合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像和红外成像系统在现代机载武器中应用较多, 研究 SAR 图像和红外图像的融合是提高精确制导武器抗干扰、精确探测和目标识别能力最基本、最有效的手段。传统的像素级图像融合算法, 包括多分辨率分析、线性加权融合等在内, 大多需要对源图像进行全采样, 所需计算量和存储空间较大, 难以满足现代军事应用中实时性和高效性的要求, 压缩感知理论为这一问题的解决提供了新的思路。

压缩感知理论指出, 只要信号在某个变换域是稀疏的, 就可以用一个与变换基无关的观测矩阵将稀疏的高维变换域信号投影到低维空间, 然后通过优化求解即可从低维空间以高概率重构出原信号, 极大地降低存储空间和计算的复杂度。T Wan 等<sup>[1]</sup>首先对可见光和红外图像的融合应用压缩感知理论, 但融合策略系数取值大, 会导致较大误差。X Y Luo 等<sup>[2]</sup>利用分块式压缩感知在多聚焦自然图像的融合中取得较好效果。X Li 等<sup>[3]</sup>在 T Wan 模型的基础上改进融合策略, 得到更好的融合结果。J J Han 等<sup>[4]</sup>针对多聚焦图像设计了一种基于离散余弦变换频谱能量分布的采样模式。本文在现有研究的基础上, 提出了一种新的融合框架。首先将 SAR 图像和红外图像在过完备的二维 DCT 字典上进行稀疏表示, 并通过随机观测得到待融合的观测值; 然后采用基于标准差的方法对每一图像块自适应地计算权值, 结合线性权重融合法则, 合成融合后的观测值; 最后利用改进步长的梯度追踪算法进行稀疏求解, 并得到最终的融合图像。

收稿日期: 2012-06-13; 修回日期: 2012-08-28

## 1 压缩感知理论

将  $N$  维实信号  $x \in \mathbf{R}^{N \times 1}$  在正交基  $\Psi = \{\psi_i\}_{i=1}^N$  ( $\psi_i$  为  $N$  维列向量) 下展开, 得系数  $\theta$ :

$$x = \Psi\theta \quad (1)$$

式中:  $\Psi$  为字典矩阵;  $\theta$  为信号在字典矩阵下的系数向量。

假设  $\theta$  是  $K$ -稀疏的, 即其中非零系数的个数  $K \ll N$ , 那么采用另一个与  $\Psi$  不相关的观测矩阵  $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$  (这里满足  $K < M \ll N$ ), 对信号进行压缩观测, 得到线性观测值  $y \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ :

$$y = \Phi x = \Phi\Psi\theta = A^{CS}\theta \quad (2)$$

式中  $A^{CS}$  为字典矩阵和观测矩阵构成的感知矩阵。这些观测值中包含了重构信号的重要信息, 由于观测值维数  $M$  远小于信号维数  $N$ , 由  $y$  直接求解  $x$  的过程属于欠定方程, 较难实现。与此同时, 虽然从  $y$  中恢复  $\theta$  也是欠定方程, 但由于系数  $\theta$  是  $K$ -稀疏的, 因此实际上未知数的个数大大减少。压缩感知理论指出<sup>[5-6]</sup>, 当  $\Phi$  满足限制等容性原则(Restrict Isometry Property, RIP)时, 通过求解一个非线性优化问题, 可由  $y$  和  $A^{CS}$  以较高概率重构  $\theta$ , 从而由式(1)得到原信号  $x$ 。

## 2 基于压缩感知的多源图像融合

### 2.1 稀疏表示

压缩感知理论的前提是信号具有稀疏性, 二维图像信号满足时域稀疏的较少, 尤其是纹理丰富的 SAR 图像和红外图像。因此选择合适的字典, 使信号在字典上展开的系数向量满足一定的稀疏性显得尤为重要。目前应用最广的是标准正交基字典, 一般由一个正交变换得到, 如 Fourier 变换、小波变换等。但是对于实际信号而言, 信号的稀疏度未知, 这些固定的正交基很难达到使稀疏系数中只有少量非零值的要求。本文选择过完备的二维 DCT 字典, 如图 1 所示。它包含了一维 DCT 字典中所有可能的张量积, 且由于其过完备性, 源图像信号能得到更为稀疏的表示<sup>[7]</sup>。

### 2.2 融合策略

压缩感知中的观测值不等价于图像像素值, 因此传统的融合法则不适用。受 N P Jacobson 等人工作<sup>[8]</sup>的影响, 在观测值上应用基于权重的线性融合策略:

$$z = w_1 y_1 + w_2 y_2 \quad (3)$$

$y_1$  和  $y_2$  是 2 幅输入图像经过相同方式压缩采样得到的观测值, 彼此之间存在一定的相关性, 利用该相关性综合共同信息和互补信息进行融合;  $z$  为合成的观测值, 通过对  $z$  进行稀疏求解最终可得到融合图像。此时, 选择合适的权值  $w_1$  和  $w_2$  十分重要, 它们反映了观测值所隐含图像特征的重要程度。本文选择基于标准差(Standard Deviation, SD)的方法<sup>[9]</sup>计算权值。

对于  $n \times m$  大小的图像, 其像素值的标准差定义为:

$$SD = \sqrt{\frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} (x_{ij} - \bar{x})^2} \quad (4)$$

式中:

$$\bar{x} = \frac{1}{n \times m} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} x_{ij} \quad (5)$$

具有较大 SD 的图像, 其灰度级越分散, 通常包含的信息越多。将之应用于观测值, 可得观测值的标准差, 并自适应地计算权值如下:

$$\begin{cases} w_{s_1} = sd_1 / (sd_1 + sd_2) \\ w_{s_2} = sd_2 / (sd_1 + sd_2) \end{cases} \quad (6)$$

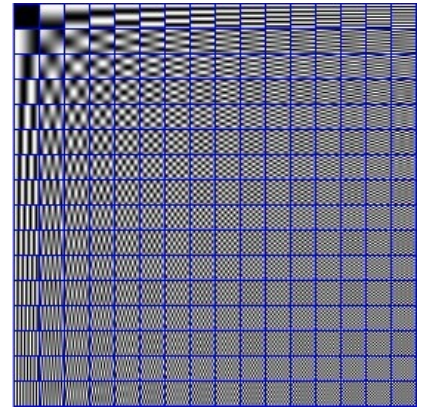


Fig.1 Overcomplete 2-D-DCT dictionary in size of 256×256

图 1 256×256 的过完备 2-D-DCT 字典

为了体现权值计算的灵活性和自适应性,首先对源图像进行分块,选择固定大小的窗口(通常取  $8 \times 8$ ),按照从左到右、从上到下的顺序抽取图像块,在图像块的基础上进行稀疏表示,并利用高斯随机矩阵进行压缩观测,然后对每一图像块自适应地计算权值并进行融合,按照图像块在源图像中的位置恢复得到合成的观测值矩阵。

### 2.3 图像重构

目前常用的重构算法主要有基于 L1 范数的基追踪(Basis Pursuit, BP),基于 L0 范数的包括正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)、正则化正交匹配追踪(Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP)等匹配追踪类算法,以及迭代阈值类算法。BP 算法求解精确度高,但计算量大,耗时长,不适用于处理数据量较大的图像。匹配追踪类算法计算复杂度低,但大多是建立在已知稀疏度的基础上,限制了其应用。迭代阈值类算法信号的重构质量受初值影响大,且容易陷入局部最优的情况。为了实际应用的需要,一些快速算法被提出,其中基于梯度的算法应用十分广泛<sup>[10-11]</sup>。本文采用改进步长的梯度追踪(Gradient Pursuit, GP)算法对稀疏系数进行求解,并最终得到融合图像。

梯度追踪算法是将方向追踪算法中的方向向量选择为迭代误差函数的负梯度方向,算法主要流程如下:

- 1) 初始化:  $r^0 = y$ ,  $x^0 = 0$ ,  $\Gamma^0 = \{ \}$ ,  $n=1$ ;
- 2) 直到满足迭代停止条件为止:
  - a) 计算内积:  $g^n = \Phi^T r^{n-1}$ ; b) 选择内积值最大的原子下标:  $i^n = \arg_i \max |g_i^n|$ ; c) 更新支撑集:  $\Gamma^n = \Gamma^{n-1} \cup i^n$ ;
  - d) 计算方向向量(负梯度):  $d_{r^n} = \Phi_{\Gamma^n}^T (y - \Phi_{\Gamma^n} x_{r^n}^{n-1}) = \Phi_{\Gamma^n}^T r^{n-1}$ ; e)  $c^n = \Phi_{r^n} d_{r^n}$ , 计算步长:  $a^n = \langle r^{n-1}, c^n \rangle / \|c^n\|_2^2$ ;
  - f) 更新近似解:  $x_{r^n}^n = x_{r^n}^{n-1} + a^n d_{r^n}$ ; g) 更新残差:  $r^n = r^{n-1} - a^n c^n$ ; h) 更新迭代次数:  $n = n + 1$ 。
- 3) 输出: 残差  $r^n$ , 近似解  $x^n$ 。

梯度追踪算法的核心思想是最陡下降法,它与 OMP 等匹配追踪类算法最大的不同之处在于没有选择最小二乘法求解,而是沿着迭代误差函数的负梯度方向进行搜索,得到使误差  $c$  最小的最优解。但同时,梯度追踪也继承了最陡下降法中搜索路径呈锯齿形的缺陷,当前迭代的负梯度方向和上一次迭代的负梯度方向正交,影响了收敛的速度和精确度。为改善这一问题,采用交替步长法(Alternate Stepsize, AS)<sup>[12]</sup>代替原有步长。为此引入 Barzilai-Borwein 步长<sup>[13]</sup>,记为  $a_{BB}^n$ ,最陡下降法中的步长记为  $a_{SD}^n$ ,交替步长法将 BB 步长和 SD 步长交替使用,以优化搜索路径,则改进步长表示如下:

$$a_{AS}^n = \begin{cases} a_{SD}^n, & n \text{ 为奇数} \\ a_{BB}^n, & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (7)$$

对融合后的观测值矩阵应用改进步长的梯度追踪算法进行稀疏求解,将得到的稀疏系数与字典相乘,即可得到最终的融合图像。

### 3 实验结果及分析

为衡量本文融合方法的效果,选择同一场景下的 SAR 图像和红外图像进行融合。图像来自 <http://www.sic.rma.ac.be/Projects/Sahara> 中大小为  $734 \times 473$ ,分辨力均为 5 m 的 SAR 图像和红外图像,选择其中大小为  $256 \times 256$  且成份相对丰富的机场周边场景局部图像作为输入源图像。本文算法(记为 SD-ASGP)中字典采用  $256 \times 256$  的过完备 2D-DCT 字典,观测矩阵为  $128 \times 256$  的高斯随机矩阵,分别与融合策略采用“取最大值”算法(记为 MAX)以及重构算法采用 OMP 和 BP 的方法进行比较,并分析算法优劣,不同算法的融合结果如图 2 所示。

由融合图像结果观察可知,融合策略基于 MAX 的算法引入更多噪声,且会造成图像过亮,基于 SD 的算法融合结果则相对自然,没有明显的虚假信息。基于 OMP 重构的算法在一维信号中应用广泛,重构前需要假设稀疏度,当设置的稀疏度与实际情况偏差较大时会严重影响稀疏求解的结果。对于稀疏度未知的图像,预估出精确的稀疏度较难实现,因此限制了 OMP 在图像重构中的应用,在本文基于 OMP 的融合结果中则表现为噪声较明显。本文算法(图(f)的 SD-BP 算法和图(h))都得到了非常自然的融合结果,并且 SAR 图像中表现为强反射,而红外图像中不明显的目标,在融合图像中较清晰地显示出来,如椭圆形圈出区域所示,更符合人类视觉要求。

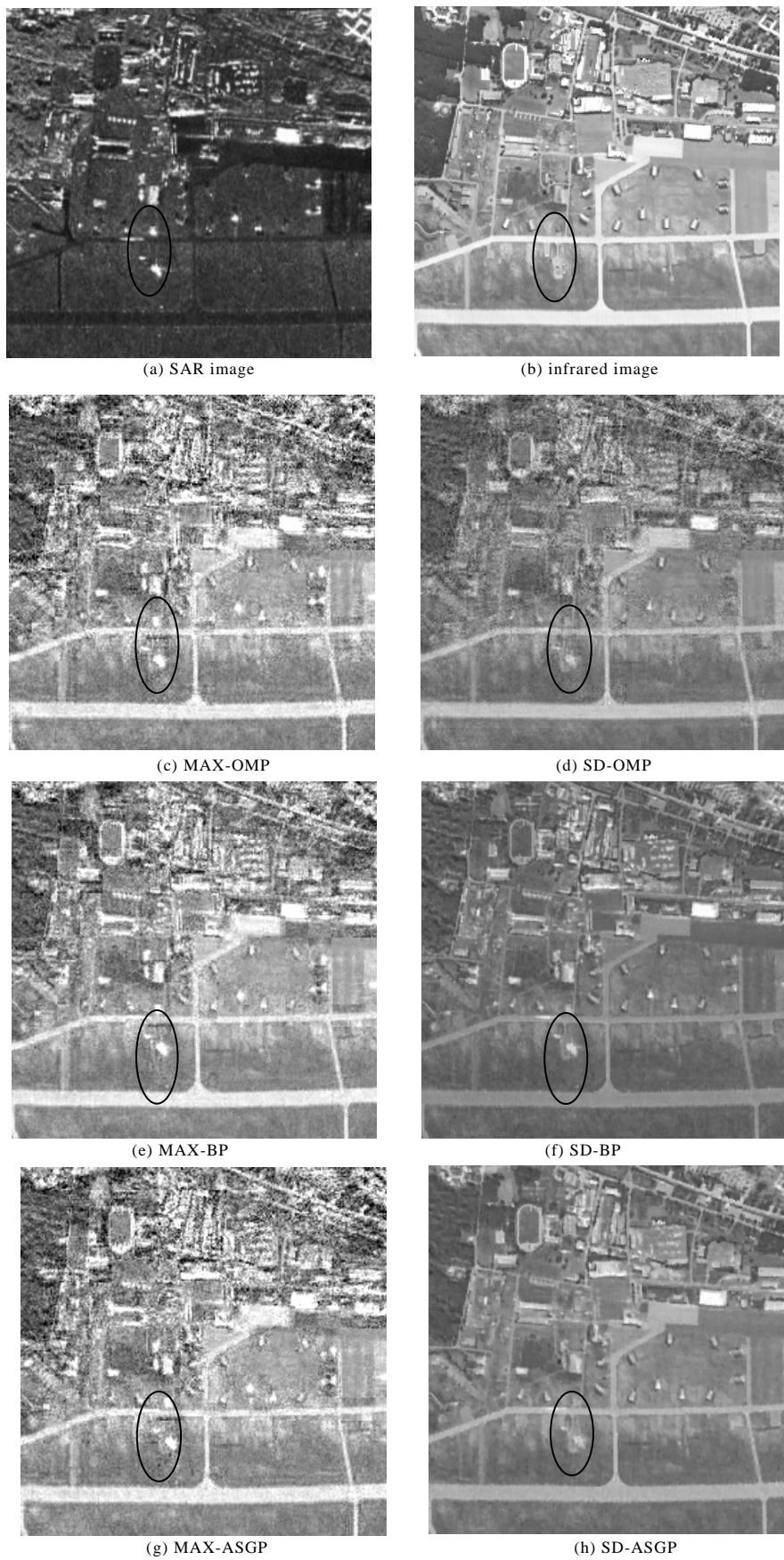


Fig.2 Fusion results of different algorithms  
图 2 不同算法融合结果

除视觉上的直观比较外,还引入评价指标进行衡量。这里引入信息熵(Information Entropy, IE)、互信息(Mutual Information, MI)和运行时间对图像融合质量进行评价。信息熵反映融合图像包含信息量的多少,互信息能一定程度上反映融合图像从源图像中提取信息的能力,运行时间则反映当前算法应用于图像处理,尤其是数据量较大图像时的实用性,评价结果如表 1 所示。从表 1 可知:基于 SD 的算法从源图像中提取信息的能力更强,因为其权值计算的自适应性更好地综合了源图像中的冗余信息和互补信息,而基于 MAX 的算法虽然得到较大的信息熵,但明显引入更多噪声。基于 BP 的算法精确度较高,但耗时太长,对于处理大数据量的图像没有优势。本文算法(SD-ASGP)在性能上较接近于 SD-BP 算法,同时在运行时间上优势明显。因此,相对于其他算法而言,本文算法在图像融合上表现突出且具有一定的实用价值。

#### 4 结论

本文将压缩感知理论应用于 SAR 图像和红外图像融合中,实现了一种基于过完备二维 DCT 字典和改进步长梯度追踪算法的权值自适应图像融合方法。与传统融合方法相比,本文方法减少了计算量和存储容量,降低了对硬件处理条件的要求。与其他基于压缩感知的方法相比,本文方法无需源图像先验信息,提高了融合算法的实用性和高效性,具有一定的应用价值。

#### 参考文献:

- [1] Wan T,Canagarajah N,Achim A. Compressive image fusion[C]// 15th IEEE International conference on image processing. San Diego,California,USA:[s.n.], 2008:1308-1311.
- [2] LUO Xiaoyan,ZHANG Jun,YANG Jingyu,et al. Image fusion in compressed sensing[C]// 16th IEEE International conference on image processing. Cairo:[s.n.], 2009:2205-2208.
- [3] LI X,QIN S Y. Efficient fusion for infrared and visible images based on compressive sensing principle[J]. IET Image Process, 2011,5(2):141-147.
- [4] HAN J J,Loffeld O,Hartmann K,et al. Multi image fusion based on compressive sensing[C]// International conference on audio language and image processing. Shanghai,China:[s.n.], 2010:1463-1469.
- [5] Donoho D L. Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006,52(4):1289-1306.
- [6] Candes E J,Romberg J,Tao T. Robust uncertainty principles:exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006,52(2):489-509.
- [7] YI Xueneng. Design of Image Sparse Dictionary and Its Applications[D]. Wuhan:Huazhong University of Science and Technology, 2011.
- [8] Jacobson N P,Gupta M R,Cole J B. Linear fusion of image sets for display[J]. IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing, 2007,45(10):3277-3288.
- [9] YAO Quan,WU Xiaohong,HE Xiaohai,et al. Multi-focus image fusion based on energy,gradient and variance[J]. Information and Electronic Engineering, 2012,10(1):93-97.
- [10] Figueiredo M A T,Nowak R D,Wright S J. Gradient Projection for Sparse Reconstruction:Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007,1(4):586-597.
- [11] Blumensath T,Davies M E. Gradient Pursuits[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008,56(6):2370-2382.
- [12] ZHOU Canmei,ZHAO Ruizhen,HU Shaohai. An Improved Gradient Pursuit Algorithm for Signal Reconstruction Based on Compressed Sensing[C]// 2010 6th IEEE Conference on WiCOM. Chengdu,China:[s.n.], 2010:1-4.
- [13] DAI Yuhong,YUAN Yaxiang. Alternate minimization gradient method[J]. IMA Journal of Numerical Analysis, 2003,23(3): 377-393.

#### 作者简介:



杜鑫(1988-),女,湖北省黄冈市人,在读硕士研究生,主要研究方向为 SAR 图像处理、压缩感知理论.email:dudustr@126.com.

表 1 融合结果评价

| Table 1 Assessment of fusion results |       |       |        |
|--------------------------------------|-------|-------|--------|
|                                      | IE    | MI    | t/s    |
| MAX-OMP                              | 5.180 | 1.135 | 25.292 |
| MAX-BP                               | 5.137 | 1.221 | 86.980 |
| MAX-ASGP                             | 5.172 | 1.152 | 0.092  |
| SD-OMP                               | 4.906 | 1.190 | 29.493 |
| SD-BP                                | 4.895 | 1.304 | 87.952 |
| SD-ASGP                              | 4.872 | 1.217 | 0.110  |