第 12 卷 第 5 期 太赫兹科学与电子信息学报 Vol.12,No.5
2014 年 10 月 Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology Oct.,2014

文章编号：2095-4980(2014)05-0688-04

基于门限控制的新型矢量扰动预编码方法

周智勋[1]，朱登魁[2]，郁光辉[2]

(1.深圳空天通信终端应用技术工程实验室，广东 深圳 518057；2.中兴通讯股份有限公司 无线预研部，广东 深圳 518055)

摘 要：以下行多用户多输入单输出系统为例，分析了在发送端采用矢量扰动预编码时，信道矩阵的条件数大小对算法复杂度及其系统性能的影响。通过蒙特卡洛仿真发现，当信道矩阵的条件数较小时，硬性采用矢量扰动预编码所寻找出来的扰动矢量大多是零矢量，此时不恰当的扰动甚至可能增大信号发送功率，导致不必要的浪费。当信道矩阵的条件数较大时，采用格基约缩的方法可以降低搜索扰动矢量的复杂度。在此基础上，提出了一种基于门限控制的新型矢量扰动预编码方法，该方法相对于传统的完全不考虑信道特性的矢量扰动预编码，可以极小的性能损失换取计算复杂度的显著降低。

关键词：多用户多输入单输出系统；矢量扰动预编码；门限控制

中图分类号：TN911.72 **文献标识码：**A **doi：**10.11805/TKYDA201405.0688

A new approach for Vector Perturbation based on threshold controlling

ZHOU Zhi-xun[1], ZHU Deng-kui[2], YU Guang-hui[2]

(1.Aerospace Communications and Terminal Application Technologies Engineering Laboratory in Shenzhen, Shenzhen Guangdong 518057, China; 2.Wireless Research Department, ZTE Corporation, Shenzhen Guangdong 518055, China)

Abstract: Taking the Multiple User Multiple Input and Single Output(MU–MISO) downlink system as an example, the influences of the condition numbers of channel matrix on the algorithm complexity and system performance are analyzed, while the Vector Perturbation(VP) is employed at the transmitter. It is found by Monte Carlo simulation that when the condition number is small, inappropriate perturbation may even increase the signal transmission power, leading to unnecessary waste; on the other side, when the condition number is large, Lattice Reduction(LR) method can be used to reduce the complexity of searching perturbation vectors. On this basis, a novel VP method based on threshold controlling is proposed. It is proved that computational complexity of the proposed method can be significantly reduced at the expense of minimal performance loss.

Key words: Multiple User Multiple Input and Single Output system; Vector Perturbation; threshold controlling

矢量扰动预编码最早在文献[1]中被提出。考虑一个 M 发 K 收的下行多用户多输入单输出(Multiple User-Multiple Input and Single Output，MU-MISO)系统，基站配置 M 根发送天线，K 个用户各配置单根接收天线，且满足 $M \geqslant K$。文章证明了当 $M=K$ 时，采用信道反转预编码可达的容量并不伴随用户数 K 或基站发送天线数 M 增长。当 K 趋于无穷大时，容量趋于 1 个与 K 无关的固定常数值。文献总结出这是由于信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的逆造成的。$\boldsymbol{H}$ 的逆的主奇异值呈长拖尾分布，其平均值无穷大。在 M 相对 K 较大的情况下，信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的条件数较小，行向量之间的相关性也较小，此时在基站侧直接做迫零反转预编码(Zero Forcing-Channel Inversion，ZF-CI)[2]即可获得较优的性能。在 $M=K$ 的情况下，信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的逆矩阵的条件数往往较大，此时若继续使用 ZF-CI，将导致发送端较多的功率被浪费，系统性能将变差。为此，可考虑采用对原始数据矢量进行扰动的方法，将系统支持的原正交幅度调制(Quadrature Amplitude Modulation，QAM)星座图改造成一种可扩展的 Voronoi 域[3-5]，从而达到尽可能地降低发送信号所需功率的目的。这就是在发送端利用矢量扰动(Vector Perturbation，VP)技术来进行预编码的初衷。原始的 VP 算法需要采用穷举搜索寻找最优扰动矢量，类似于检测中的最大似然(Maximum Likelihood，

收稿日期：2013-12-10；**修回日期：**2014-08-12

基金项目：国家自然科学基金资助项目(41171317)；国家自然科学基金重点资助项目(61132008)；清华大学自主研究基金资助项目

ML)算法，复杂度太高，难以实际使用。因此，一些次优的低复杂度算法相继被提出。比如球形编码(Sphere Encoding，SE)[6-8]、格基约缩(Lattice Reduction，LR)[9-10]的方法来做预编码，以达到降低复杂度的目的。传统的 VP 技术由于缺乏对信道特性的考虑，往往不能很好地达到既不浪费发送功率又不需要较高的矢量搜索复杂度的效果。针对这一缺点，本文提出的基于门限控制的新型矢量扰动预编码方法可以很好地解决这些问题。

1　系统模型

考虑 M=K，下行信道矩阵 $\boldsymbol{H}\in\mathbf{C}^{K\times M}$，预编码矩阵 $\boldsymbol{F}\in\mathbf{C}^{M\times K}$，经过预编码处理后的发送数据流 $\boldsymbol{s}\in\mathbf{C}^{M\times 1}$。VP 的目标即产生一个新的数据矢量 $\tilde{\boldsymbol{u}}\in\mathbf{C}^{K\times 1}$，相对于原始数据矢量 $\boldsymbol{u}\in\mathbf{C}^{K\times 1}$，$\boldsymbol{F}\tilde{\boldsymbol{u}}$ 比 $\boldsymbol{F}\boldsymbol{u}$ 的范数更小。令：

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{F}\tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{H}^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}} \tag{1}$$

由于接收端无法获知扰动，因此不能对 $\boldsymbol{u}$ 进行任意复数矢量的扰动。然而，同汤姆林森–哈拉希码预编码(Tomlinson Harashima Precoding，THP)的原理一样，可以采用某一个整数对 $\boldsymbol{u}$ 中的每个元素进行扰动。即：

$$\tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}+\tau\hat{\boldsymbol{z}} \tag{2}$$

式中：τ 为正实数；$\hat{\boldsymbol{z}}\in\mathbf{C}^{K\times 1}$，是取自高斯整数星座 $\boldsymbol{Z}$ 的扰动矢量，其元素 $\hat{z}_k=a+\mathrm{i}b$ (a 和 b 均为整数)。定义功率因子：

$$\gamma=\|\boldsymbol{s}\|^2=\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{s}=\tilde{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}})^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}} \tag{3}$$

发送端的功率归一化因子 $\beta=1/\sqrt{\gamma}$，这样最终通过基站天线发送出去的信号矢量为：

$$\boldsymbol{x}=\beta\boldsymbol{s}=\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\boldsymbol{H}^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}} \tag{4}$$

如前所述，$\boldsymbol{z}_{\mathrm{opt}}$ 的选择按照式(5)执行：

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{opt}}=\underset{\boldsymbol{z}\in\mathbf{C}\mathbf{Z}^K}{\arg\min}\ \gamma=\underset{\boldsymbol{z}\in\mathbf{C}\mathbf{Z}^K}{\arg\min}\left[\left(\boldsymbol{u}+\tau\boldsymbol{z}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{u}+\tau\boldsymbol{z}\right)\right] \tag{5}$$

经过信道并叠加噪声矢量 $\boldsymbol{w}$ 以后，系统的信号输出为：

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{w}=\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{w}=\frac{1}{\sqrt{\gamma}}\tilde{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{w} \tag{6}$$

接收端要正确解码，必须首先恢复其信号功率，通过下行导频测得 $\sqrt{\gamma}$，继而执行：

$$\boldsymbol{r}=\sqrt{\gamma}\boldsymbol{y}=\tilde{\boldsymbol{u}}+\sqrt{\gamma}\boldsymbol{w}=\tilde{\boldsymbol{u}}+\tilde{\boldsymbol{w}} \tag{7}$$

这样，对于各个用户：

$$r_k=\tilde{u}_k+\tilde{w}_k \tag{8}$$

定义求模运算：

$$\mathrm{mod}_{\tau}(r)=r-\left\lfloor\frac{\mathrm{Re}(r)}{\tau}+\frac{1}{2}\right\rfloor\times\tau-\mathrm{j}\left\lfloor\frac{\mathrm{Im}(r)}{\tau}+\frac{1}{2}\right\rfloor\times\tau \tag{9}$$

各用户再经过各自的求模运算，就有：

$$\mathrm{mod}_{\tau}(r_k)=\mathrm{mod}_{\tau}\left(\tilde{u}_k+\tilde{w}_k\right)=\hat{u}_k \tag{10}$$

式中：$\hat{u}_k$ 是用户 k 最终恢复出的复数符号，与原始符号 u_k 的不同仅在于噪声的影响。图 1 给出了矢量扰动预编码的示意图，其中的 $M(\cdot)$代表对经过功率恢复的接收信号矢量 $\boldsymbol{r}$ 中的每一个元素 r_k 做模 τ 的运算，以抵消在发送端所引入的 τ 的整数倍扰动矢量的相应影响。

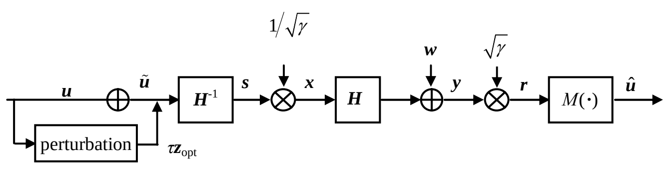

Fig.1 Diagram of signal process for VP
图 1　矢量扰动预编码的信号处理框图

2　理论分析

矢量扰动预编码的核心就在于解决式(5)的问题。该问题可用式(11)来等效表达：

$$\|\boldsymbol{F}(\boldsymbol{u}+\tau\boldsymbol{z})\|^2=\left\|\boldsymbol{F}\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}^{-1}(\boldsymbol{u}+\tau\boldsymbol{z})\right\|^2=\left\|\tilde{\boldsymbol{F}}(\tilde{\boldsymbol{u}}+\tau\tilde{\boldsymbol{z}})\right\|^2 \tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{T}=[\boldsymbol{t}_1\ \boldsymbol{t}_2\cdots\boldsymbol{t}_K]\in\mathbf{C}\mathbf{Z}^{K\times K}$ 为幺模矩阵，满足 $\det\left(\boldsymbol{T}\right)=\pm 1$。因此，解决式(5)就可转化为先解决式(12)：

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}} = \underset{\tilde{\boldsymbol{z}}\in\mathbf{CZ}^K}{\arg\min}\ \gamma = \underset{\tilde{\boldsymbol{z}}\in\mathbf{CZ}^K}{\arg\min}\ \left\|\tilde{\boldsymbol{F}}(\tilde{\boldsymbol{u}}+\tau\tilde{\boldsymbol{z}})\right\|^2 \tag{12}$$

由于矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的幺模特性，$\tilde{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{z}$ 仍然满足 $\tilde{\boldsymbol{z}}\in\mathbf{CZ}^K$。在求出 $\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}}$ 以后，再利用 $\boldsymbol{z}_{\text{opt}}=\boldsymbol{T}\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}}$ 即可求出所需的扰动矢量。通常情况下，解决式(12)比直接解决式(5)更加有效，因为经过 $\boldsymbol{T}$ 的处理往往可获得缩减的格基，使得 $\tilde{\boldsymbol{F}}$ 相比 $\boldsymbol{F}$ 的正交性更强。引入幺模矩阵 $\boldsymbol{T}$ 以后，基于格基约缩(LR)的矢量扰动预编码可以按照如式(13)设计扰动矢量：

$$\boldsymbol{z}_{\text{opt}} = \boldsymbol{T}\tilde{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}} = \boldsymbol{T}\times round(-\frac{1}{\tau}\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{u}) \tag{13}$$

通过仿真发现，当信道矩阵逆的条件数较小时，采用矢量扰动预编码寻找的扰动矢量大多是零矢量，此时的信道接近正交或准正交，不恰当的扰动甚至可能增大信号发送功率，导致不必要的浪费；而当信道矩阵逆的条件数较大时，传统的穷举搜索算法、球形编码算法虽然可以获得较好的性能，却由于其巨大的复杂度开销难以实际应用。基于此，可考虑设置条件数门限 ε。对于条件较好的信道，直接做迫零预编码而不对原始数据进行扰动；对于条件较差的信道，采用 LR 的方法来降低其计算的复杂度。新算法命名为修正的矢量扰动预编码(Revised VP, RVP)算法。值得注意的是，ε 越大，算法的复杂度越低；ε 越小，算法的复杂度越高。设置恰当的门限值对于系统在误码率性能与算法复杂度之间取得良好的折中至关重要。

综上，基于门限控制的新型矢量扰动预编码方法流程如下：

1) 确定门限 ε_0，系统所采用的调制方式及其对应的模运算因子 τ；

2) 基站获取下行信道状态信息 $\boldsymbol{H}\in\mathbf{C}^{K\times M}$；

3) 将复数矩阵 $\boldsymbol{H}$ 写成实数形式：$\bar{\boldsymbol{H}}=\begin{bmatrix}\Re\boldsymbol{H} & -\Im\boldsymbol{H}\\ \Im\boldsymbol{H} & \Re\boldsymbol{H}\end{bmatrix}\in\mathbf{C}^{2K\times 2M}$；

4) 求 $\bar{\boldsymbol{H}}$ 伪逆 $\bar{\boldsymbol{F}}=\bar{\boldsymbol{H}}^{\dagger}=\bar{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}}(\bar{\boldsymbol{H}}\bar{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}})^{-1}\in\mathbf{C}^{2M\times 2K}$；

5) 将实数矩阵写成复数形式即得到下行预编码矩阵：$\boldsymbol{F}=\Re\bar{\boldsymbol{F}}+1j*(\Im\bar{\boldsymbol{F}})\in\mathbf{C}^{M\times K}$；

6) 对 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 做 QR 分解 $\bar{\boldsymbol{F}}=\bar{\boldsymbol{Q}}\bar{\boldsymbol{R}}$，$\bar{\boldsymbol{Q}}\in\mathbf{C}^{2M\times 2M}$，$\bar{\boldsymbol{R}}\in\mathbf{C}^{2M\times 2K}$；

7) 求信道条件表征值 $\varepsilon=\dfrac{\max(|\bar{r}_{kk}|)}{\min(|\bar{r}_{kk}|)}$ ($\bar{\boldsymbol{R}}$ 的最大模值对角线元素与最小模值对角线元素之比值)；

8) 如果 $\varepsilon<\varepsilon_0$，不执行扰动，取 $\tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}$；

9) 若 $\varepsilon\geqslant\varepsilon_0$，利用楞斯塔–楞斯塔–洛瓦茨(Lenstra-Lenstra-Lovasz，LLL)算法对 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 进行格基约缩，输出幺模矩阵 $\bar{\boldsymbol{T}}\in\mathbf{C}^{2K\times 2K}$：$\bar{\boldsymbol{F}}\bar{\boldsymbol{T}}=\bar{\boldsymbol{Q}}_n\bar{\boldsymbol{R}}_n$ ($\bar{\boldsymbol{Q}}_n\in\mathbf{C}^{2M\times 2M}$，$\bar{\boldsymbol{R}}_n\in\mathbf{C}^{2M\times 2K}$)。

将当前帧发送的原始复数符号矢量写为实数形式，即 $\bar{\boldsymbol{u}}=\begin{pmatrix}\Re\boldsymbol{u}\\ \Im\boldsymbol{u}\end{pmatrix}\in\mathbf{C}^{2K\times 1}$。取扰动矢量：$\bar{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}}=\bar{\boldsymbol{T}}\times round(-\frac{1}{\tau}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}\bar{\boldsymbol{u}})\in\mathbf{C}^{2K\times 1}$，然后将扰动矢量 $\bar{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}}$ 写成其对应的复数形式 $\boldsymbol{z}_{\text{opt}}=\Re\bar{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}}+1j*(\Im\bar{\boldsymbol{z}}_{\text{opt}})\in\mathbf{C}^{K\times 1}$，并最终得到 $\tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}+\tau\boldsymbol{z}_{\text{opt}}$。

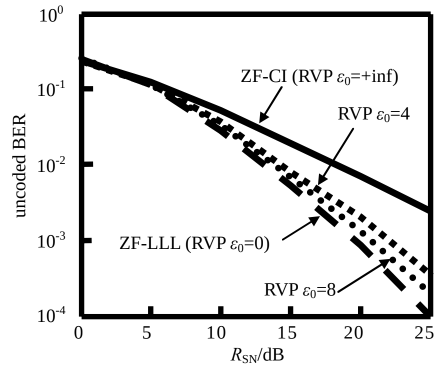

Fig.2 BER curves under {4,1,1,1,1} configuration

图 2 {4,1,1,1,1}下的误码率仿真曲线

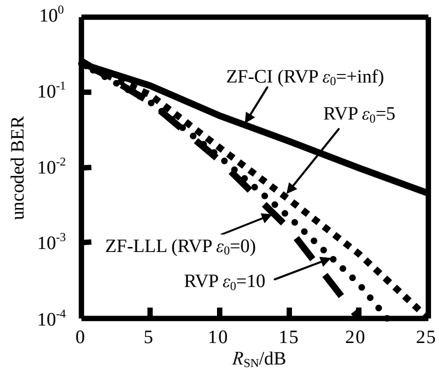

Fig.3 BER curves under {8,1,1,1,1,1,1,1,1} configuration

图 3 {8,1,1,1,1,1,1,1,1}下的误码率仿真曲线

3 仿真结果

蒙特卡罗仿真考虑基站端配置 4 根发送天线以及 8 根发送天线的下行 MU-MISO 系统，基站为每一个用户发送单路数据流。下行级联信道矩阵 $\boldsymbol{H}$ 的每一个元素都是独立的零均值复高斯随机变量。所有用户的数据均采用四相相移键控(Quadrature Phase Shift Keying，QPSK)调制。作为对比，传统的基于格基约缩的矢量扰动预编码方法以 ZF-LLL[11]为代表，不考虑矢量扰动的预编码以 ZF-CI 为代表[12]。所提出的新的基于门限控制的矢量扰动预编码方法以 RVP 命名，实际上 ZF-LLL 算法可看做 RVP 在门限值取 $\varepsilon_0=0$ 的特殊情形，ZF-CI 算法可看做 RVP 在门限值取 $\varepsilon_0=+\infty$ 的特殊情形。仿真结果见图 2 和图 3。

值得注意的是，一旦确定需要对原始数据进行扰动，则生成 $\bar{\boldsymbol{T}}$ 及 $\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}$，用于获取当前包内各帧数据的扰动矢量。最佳门限 ε_0 需要依据下行信道的长期统计特性来确定。

图 4 为经过多次观测可绘制出信道条件表征值 ε_0 的累计概率分布曲线。在执行修正的矢量扰动预编码算法之前，如果取其对应的 50%观测点作为门限，则可以保证算法复杂度(相对于完全不考虑信道特性的 ZF-LLL 算法)降低约一半，而误码率性能在 10^{-2} 处基本没有损失。针对系统对算法复杂度的不同要求，可根据实际情况设置不同的门限值。

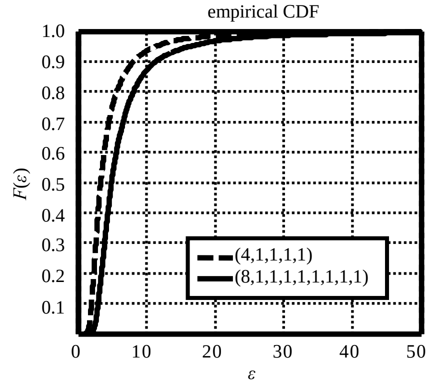

Fig.4 Channel characterization value distribution of the downlink MU-MISO system

图 4　下行 MU-MISO 系统的信道条件表征值分布

4　结论

本文以下行 MU-MISO 系统为例，针对传统的矢量扰动预编码未考虑信道矩阵条件数且复杂度较高的问题，提出了一种基于门限控制的新型矢量扰动预编码方法。该方法相比于传统的矢量扰动预编码，复杂度显著降低。只要门限设置适当，就可以保证算法在复杂度降低的同时不会带来明显的性能损失，并且该方法还可以推广到所有采用矢量扰动预编码的多输入多输出(Multi-Input Multi-Output，MIMO)系统中。

参考文献：

[1] Peel C B,Hochwald B M,Swindlehurst A L. A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication[J]. IEEE Trans. Comm., 2005,53(1):195-202.

[2] Christoph Windpassinger. Detection and precoding for multiple input multiple output channels[D]. Dissertation,Erlangen, 2004.

[3] Oswin Aichholzer,Franz Aurenhammer,Danny Z Chen,et al. Skew Voronoi diagrams[J]. International Journal of Computational Geometry & Applications, 1999,9(3):235-246.

[4] Boots B N,Atsuyuki Okabe,Kokichi Sugihara,et al. Spatial Tessellation:Concepts and Applications of Voronoi diagrams[M]. Chichester:John Wiley, 2000.

[5] Boots B N,South R. Modeling retail trade areas using higher-order multiplicatively weighted Voronoi diagrams[J]. Journal of Retailing, 1997,73(4):519-536.

[6] Pohst M. On the computation of lattice vectors of minimal length,successive minima and reduced basis with applications[J]. ACM SIGSAM Bull, 1981,15:37-44.

[7] Viterbo E,Boutros J. A universal lattice code decoder for fading channels[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1999,45(7):1639-1642.

[8] Damen MO,Chkeif A,Belfiore J C. Lattice code decoder for space-time codes[J]. IEEE Communications Letters, 2000,4(5):161-163.

[9] Windpassinger C,Fischer R F H,Huber J B. Lattice-reduction-aided broadcast precoding[J]. IEEE Trans. Comm., 2004,52(12):2057-2060.

[10] Agrell E,Eriksson T,Vardy A,et al. Closest point search in lattices[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2002,48(8):2201-2214.

[11] Taherzadeh M,Mobasher A,Khandani A K. LLL reduction achieves the receive diversity in MIMO decoding[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2007,53(12)4801-4805.

[12] 蒋攀攀,窦冬冬,杜崇,等. 一种分布式 MIMO 信号的发射与检测方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2013,11(4):552-556. (JIANG Pan-pan,DOU Dong-dong,DU Chong,et al. A transmission and detection technique for distributed MIMO signal[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2013,11(4):552-556.)

作者简介：

周智勋(1985-)，男，四川省广元市人，硕士，工程师，主要从事宽带多天线技术以及卫星共信道通信的研究．email:zhouzx@tsinghua-sz.org．

朱登魁(1982-)，男，硕士，主任工程师，主要负责多天线中长期技术领域的研究工作，对 OFDM 及 MIMO 等关键技术具有较为深刻的理解．

郁光辉(1976-)，男，博士，主任工程师，主要从事 LTE-A 及 B4G 接入网物理层各类技术研究．