2015年2月

采用奇异值分解方法的半盲信道辨识算法

白曜铭,蒋建中,刘世刚

(信息工程大学 信息系统工程学院,河南 郑州 450002)

要:针对全盲信道辨识算法无法辨识含公零点信道且对信道阶数误差敏感的问题,提出 摘 一种半盲信道辨识算法。通过奇异值分解将信道矩阵分解为同维矩阵与酉矩阵乘积的形式,分别 利用接收数据和已知符号求解同维矩阵与酉矩阵,最终得到信道矩阵的闭式解。该算法有效地克 服了全盲信道辨识算法的诸多局限性,避免了传统半盲方法面临的最优加权选择问题,性能稳定, 且对信道噪声与信道阶数都具有较强的鲁棒性。仿真实验验证了所提算法的有效性与优越性。 关键词:半盲信道辨识;单输入多输出;奇异值分解;二阶统计量

文献标识码:A 中图分类号:TN911.7 doi: 10.11805/TKYDA201501.0106

Semi-Blind channel identification method based on singular value decomposition

BAI Yaoming, JIANG Jianzhong, LIU Shigang

(Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China)

Abstract: Most of blind channel identification algorithms cannot estimate the channel with common zeros and are sensitive to the channel order error. A Semi-Blind(SB) channel identification method is proposed in this paper. Through this algorithm, the channel matrix is decomposed into a same dimensional matrix and a unitary matrix in the form of their product based on Singular Value Decomposition(SVD). By using the received data and some known symbols to solve same dimensional matrix and the unitary matrix respectively, the closed form solution of channel response is obtained. The proposed algorithm effectively overcomes many limitations of blind channel identification algorithms. It avoids the selection of optimal weighted parameter of the traditional semi-blind methods. It is stable and robust to channel noise and channel order. Simulation results verify the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

Key words: Semi-Blind channel identification; Single-Input Multiple-Output(SIMO); Singular Value Decomposition; second-order statistics

在无线通信中,由于传输信道的非理想特性而引起的码间串扰和信道间干扰容易使发射信号产生畸变,解决 这一问题的关键是对传输信道进行有效估计。传统的估计方法通过周期性发送大量的训练序列,利用最小二乘法 (Least Square, LS)^[1]来获得信道响应的估计值,方法简单且具有较好的辨识性能,但增加了系统的开销,降低了 带宽利用率,严重影响了数据传输速率。出于对高容量、高可靠性传输的追求,无需发送训练序列的全盲信道辨 识算法成为信号处理领域的研究热点。其中以子空间(Sub Space, SS)^[2]算法为代表的基于二阶统计量(Second-Order Statistics, SOS)^[3]全盲信道辨识算法以其低复杂度、快速收敛特性引起了广泛关注和研究。然而 SOS 全盲 算法要求信道必须满足互质条件(子信道间无公零点),信道阶数估计不准确时算法性能恶化甚至失效,辨识结果 存在幅度和相位上的不确定性。

现有的通信系统都会发送一些长度较短的已知符号用作信道估计和同步,或作为分隔突发数据的保护间隔⁽⁴⁾, 这些符号在接收端都是已知的,将这些先验已知的符号与全盲算法相结合,就构成了半盲信道辨识算法。半盲方 法可有效克服全盲方法存在的缺陷,仅需少量的已知符号便可对未知信道进行准确估计,具有广阔的应用前景。

基于该种思路,近年来出现了多种半盲信道辨识算法。文献[5]提出基于信道 CR 相关性的半盲方法 (Semi-Blind Cross Relation, SBCR),但由于利用 CR 关系建立的输出对矩阵维数庞大,计算复杂且对信噪比要求

较高; 文献[6]在 SBCR 算法的基础上通过对估计信道残留误差应用均方误差(Mean Square Error, MSE)准则,提高了原算法对信道噪声的鲁棒性; 文献[7]将子空间准则与基于训练序列的 LS 准则通过加权的形式线性地联合在一起并提出基于子空间的半盲方法(Semi-Blind Subspace, SBSS),分 2 种情况对加权因子的选取进行讨论; 文献[8]提出利用规划矩阵代替加权因子的半盲子空间改进算法,但规划矩阵的构造过程过于复杂,难以应用于实际。

本文所提算法将信道系数的估计转化为求解信道矩阵,利用奇异值分解的方法将信道矩阵 H 分解为同维矩 阵 X 与酉矩阵 Q 的乘积形式,再分别利用接收数据和已知符号,通过盲与非盲的方法求解矩阵 X 与矩阵 Q,最终得到信道矩阵 H 的闭式解。算法在有限已知符号的情况下,通过求解更少的未知参数,获得更高的估计精确度,同时也避免了传统半盲辨识算法中繁琐的迭代搜索最优加权因子的步骤,算法简单,性能稳定,且更利于实际应用。

1 算法模型

在无线通信系统中,通过对接收信号 *M* 倍波特率过采样或以 *M* 根 天线接收建立 SIMO 信道模型,如图 1 所示。各子信道可等效为 *L* 阶 FIR 滤波器,信道的输入输出关系可表示为:

式中:L为各子信道中最大阶数;M为子信道个数;y_i(n)表示第i个子

$$\mathbf{y}_i(n) = \sum_{k=0}^{L} \mathbf{h}_i(k) \mathbf{s}(n-k) + \mathbf{v}_i(n) \quad i = 1, 2, \cdots, M$$



图 1 SIMO FIR system 图 1 SIMO 信道模型

信道在 n 时刻的观测向量; s(k) 为独立同分布的发送信号; $h_i = [h_i(0), h_i(1), \dots, h_i(L)]^T$ 表示第 i 个子信道的信道系数 向量; $v_i(n)$ 表示第 i 个子信道在 n 时刻的加性高斯白噪声。M 个子信道连续 N 个接收符号的矩阵表示为:

$$\mathbf{y}(n) = \boldsymbol{H}_{N} \boldsymbol{s}(n) + \boldsymbol{v}(n) \tag{2}$$

(1)

式中: $s(n) = [s(n), \dots, s(n-N-L+1)]^{T}$ 为发送的符号序列; $s_{t} = [s(1), s(2), \dots, s(N_{t})]^{T}$ 为发送的符号序列中排在最前端 的连续 N_{t} 个已知符号; $y(n) = [y_{1}^{T}(n), y_{2}^{T}(n), \dots, y_{M}^{T}(n)]^{T}$ 为所有子信道的接收数据序列, $y_{i}(n) = [y_{i}(n), \dots, y_{i}(n-N+1)]^{T}$ 为各子信道接收数据序列, $y_{t} = [y(1), y(2), \dots, y(N_{t})]^{T}$ 为已知符号对应的接收数据序列; 叠加的噪声向量 $v(n) = [v_{1}^{T}(n), v_{2}^{T}(n), \dots, v_{M}^{T}(n)]^{T}$, $v_{i}(n) = [v_{i}(n), \dots, v_{i}(n-N+1)]^{T}$; 信道滤波矩阵 $H_{N} = [H_{N}^{(1)T}, H_{N}^{(2)T}, \dots, H_{N}^{(M)T}]^{T} \in C^{MN \times (L+N)}$, 其中 $H_{N}^{(i)} \in C^{N \times (L+N)}$ 具有 Toeplitz 结构, 其第 1 行为 $[h_{i}(0) h_{i}(1) \dots h_{i}(L) 0 \dots 0]$, 第 1 列为 $[h_{i}(0) 0 \dots 0]^{T}$ 。

接收数据的自相关矩阵为:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}} = (1/T) \sum_{i=1}^{T} \boldsymbol{y}(i) \boldsymbol{y}(i)^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{H} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{S}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} + \sigma_{n}^{2} \boldsymbol{I}$$
(3)

式中 $\mathbf{R}_{s} = E[s(i)s(j)^{H}]$ 表示发送符号的自相关矩阵; σ_{n}^{2} 为噪声方差; T为接收数据个数。

2 算法原理

文献[3]指出 SOS 全盲辨识算法必须满足子信道互质的辨识条件,即各子信道间不存在公零点。对于含有公零点的信道,通过 SOS 全盲辨识算法仅可以辨识出满足互质条件的信道部分,仍存有未知的公共因子无法辨识,从而导致算法失效;另外,信道的阶数误差对于 SOS 全盲辨识算法的性能也具有较大的影响。本节所提半盲辨识算法通过奇异值分解将信道矩阵 H 分解为与其同维的矩阵 X 与酉矩阵 Q 乘积的形式,即 $H = U_H \sum V_H^H = XQ$,

其中 $X = U_H \sum_H , QQ^H = Q^H Q = I$ 。算法不仅克服了 SOS 全盲算法面临的诸多局限性,而且大大降低了传统的基于已知符号辨识信道方法所需的已知符号个数,信道的辨识性能得以有效提升。下面将分别利用接收数据与已知符号通过盲与非盲的方法求解矩阵 X 与矩阵 Q。

文献[2]指出接收数据的自相关矩阵通过奇异值分解可以得到信号子空间与噪声子空间,其中信号子空间与信道系数所张成的空间是等价的。由于 $QQ^{H} = Q^{H}Q = I$ 成立,则有 $XX^{H} = HH^{H}$ 成立。且同维矩阵 X 是信道系数矩阵通过奇异值分解而得,则有

$$\boldsymbol{R}_{y} = \boldsymbol{U}_{y} \sum_{y} \boldsymbol{V}_{y}^{\mathrm{H}}$$
(4)

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{y}} \left(\sum_{\boldsymbol{y}} -\sigma_n^2 \boldsymbol{I} \right)^{1/2} \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{H}}$$
(5)

理论上,接收数据自相关矩阵 R_y 的特征值满足 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \cdots \ge \lambda_{N+L} > \lambda_{N+L+1} = \cdots \lambda_{MN} = \sigma_n^2$,此时可利用最小的特征值代替噪声方差,但是由于实际应用中接收数据有限且存在诸多的扰动因素,再利用最小特征值代替噪声方差的方法并不够准确,本文利用取均值的方法求解噪声方差,则有:

$$\widehat{\sigma_n^2} = \frac{1}{MN - L - N} \sum_{i=L+N+1}^{MN} \lambda_i$$
(6)

下面通过建立含有已知符号的约束代价函数求解酉矩阵Q,即:

$$\underset{\boldsymbol{\mathcal{Q}}\boldsymbol{\mathcal{Q}}^{H}=\boldsymbol{\mathcal{I}}}{\arg\min} \left\|\boldsymbol{Y}_{t} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{\mathcal{Q}}\boldsymbol{S}_{t}\right\|_{\mathrm{F}}^{2} \tag{7}$$

令由已知符号构成的发送数据矩阵 S_t 满足 $S_t^H S_t = S_t S_t^H = I$,将式(7)进一步划分可得:

$$\underset{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{I}}{\arg\min} \left\|\boldsymbol{Y}_{\mathrm{t}} - \boldsymbol{X}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}\right\|_{\mathrm{F}}^{2} = \mathrm{tr}\left\{\boldsymbol{Y}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{t}}\right\} + \mathrm{tr}\left\{\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X}\right\} - 2\mathrm{tr}\left\{\left(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{t}}\right\}$$
(8)

则可将求解酉矩阵 Q转化为最大化式 tr $\{(QS_t)^H X^H Y_t\}$,则有:

$$\operatorname{tr}\left\{\left(\boldsymbol{\mathcal{Q}}\boldsymbol{S}_{t}\right)^{\mathsf{H}}\boldsymbol{X}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{Y}_{t}\right\} = \operatorname{tr}\left\{\left(\boldsymbol{\mathcal{Q}}\boldsymbol{S}_{t}\right)^{\mathsf{H}}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}\sum_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}\boldsymbol{\mathcal{V}}_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}^{\mathsf{H}}\right\} = \operatorname{tr}\left\{\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{\mathcal{Q}}\boldsymbol{S}_{t}\right)^{\mathsf{H}}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}\sum_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}\right\} = \operatorname{tr}\left\{\boldsymbol{Z}\sum_{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}\right\} = \sum_{i=1}^{n} z_{ii}\lambda_{i}^{\prime} \leqslant \sum_{i=1}^{n}\lambda_{i}^{\prime}$$
(9)

式中: $X^{H}Y_{t} = U_{\varrho}\sum_{\varrho}V_{\varrho}^{H}$, $\sum_{\varrho} = \operatorname{diag}(\lambda_{1}', \lambda_{2}', \dots, \lambda_{n}')$; $Z = V_{\varrho}^{H}(\varrho S_{t})^{H}U_{\varrho}$ 。由上文可知, 矩阵 Z 为一个不确定的酉矩

阵,但其列向量均为单位向量,即各元素都小于等于 1,只有当 Z = I 时式 tr $\{(QS_t)^H X^H Y_t\}$ 取得最大值,则有

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{U}_{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{Q}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}$$
(10)

综上所述,本文所提基于奇异值分解的半盲信道辨识算法(SVD-SB)的步骤如下: 步骤 1):计算接收数据自相关矩阵并将其奇异值分解,通过式(6)求解信道的噪声方差估计值; 步骤 2):分别利用式(5)和式(10)求解矩阵 *X* 与酉矩阵 *Q*,最终得到信道矩阵 *H* 的闭式解。

3 仿真实验

为了验证算法的性能,现对提出算法进行仿真实验。实验采用 16QAM 信号作为输入信号,信道 1 来自文献 [1],信道质量较好无拖尾现象且信道系数幅值较大;信道 2 来自文献[3],信道质量较差且存在拖尾现象。接收 数据 *T*=200,平滑因子 *N*=10,基于已知符号 LS 准则的信道辨识算法中已知符号个数 *N*t=100,本文所提 SVD-SB 算法中已知符号个数 *N*t=10,未知符号个数 *Ni*=190。辨识结果采用归一化均方根投影偏差(Normalized Root Mean Square Projection Misalignment, NRMSPM)进行评价。NRMSPM 的定义如下:

$$\operatorname{NRMSPM} \triangleq \frac{1}{\operatorname{Mon}} \sum_{j=1}^{\operatorname{Mon}} \operatorname{lg} \left(1 - \left\| \frac{\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}} \hat{\boldsymbol{h}}^{(j)}}{\|\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}\|} \right\|^{2} \right)$$
(11)

式中: $h = [h_1^T, h_2^T, \dots, h_M^T]^T$, h 为真实信道系数; $\hat{h}^{(j)}$ 为第 j 次蒙特卡罗试验辨识结果, 本试验中蒙特卡罗实验的 次数为 Mon=100。

3.1 互质条件下的信道辨识仿真实验

本小节采用 SS 算法(阶数假设已知)、基于已知符号的 LS 算法以及本文所提 SVD-SB 算法分别对不同信道条 件下的互质信道进行辨识性能对比仿真实验。

从图 2、图 3 中可以清晰地看到,在较好的信道条件下,SS 算法在较高信噪比时可有效辨识信道,而在较差的信道条件下,SS 算法辨识效果很差,而且在本节的仿真实验中 SS 算法是假设信道阶数已知的,这在实际通信中很难达到,若先进行阶数估计再辨识信道无疑会增加算法的运算量和复杂度,且现今的阶数估计算法在较低 信噪比条件下很难达到较高的准确率;本文所提的 SVD-SB 算法结合了盲信息以及由少量已知符号提供的非盲信息,其辨识性能不论在何种信道条件下都具有明显的优势,而且所需的已知符号个数远少于传统利用已知符号基

于LS准则的辨识算法。



图 3 信道 2 算法辨识性能对比图

3.2 非互质条件下的信道辨识仿真实验

本小节采用不同算法对不满足互质条件的信道进行辨识性能比较,本节实验所用信道由文献[1]中信道修改 而成,信道零点的分布如图4所示,即分别在(0.3,0.5)和(-0.4,0.3)处增加2个公零点。



图 5 为 SS 算法估计出的信道零点分布图,从图中可以看出: SS 算法可以将满足互质条件的信道部分有效地 辨识出来,而2个公零点无法确定,算法还额外引入了2个随机出现的幻影零点^[9],造成信道辨识性能恶化甚至 失效。图 6 为利用本文所提 SVD-SB 算法估计出的信道零点分布图,从图中可以看出信道的互质部分和公零点部 分全部被辨识出来且无额外的幻影零点的引入,达到了完整辨识非互质信道的效果,从而验证了算法对于辨识非 互质信道的有效性。



图 7 为各辨识算法对本节所用非互质信道的辨识性能比较图,从图中可以看出,SS 算法在信道不满足互质 条件的情况下已基本失效,基于已知符号的 LS 辨识算法所用已知符号个数 10 倍于 SVD-SB 算法的情况下仍不 及其辨识效果,从而验证了本文所提算法的性能优越性。

图 8 为 *R*_{SN}=10 dB 时 SVD-SB 算法估计的信道系数与实际信道幅度响应、实部、虚部的对比,从该图中可以 看出估计的信道系数基本与实际信道系数拟合,不存在幅度及相位上的不确定性,辨识效果良好,SVD-SB 算法 辨识结果尾部的 2 个系数是由加入的公零点造成的,这部分表现为幅度接近于零的扰动。

4 结论

本文针对全盲辨识算法存在的诸多限制条件以及传统半盲方法面临的最优加权选择问题,提出一种新颖有效的基于奇异值分解的半盲辨识算法,并通过理论分析与仿真实验验证了本文算法的有效性与优越性,但是算法假设已知符号连续分布且位于突发的前端,对于已知符号分散且位于突发任意位置的情况有待进一步研究。

参考文献:

- Biguesh M,Gershman A B. Training-based MIMO channel estimation: a study of estimator tradeoffs and optimal training signals[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2009,54(3):884-893.
- [2] Moulines E, Duhamel P, Cardoso J F, et al. Subspace-methods for the blind identification of multi-channel FIR filters[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1995,43(2):516-525.
- [3] TONG L,XU G H,Kailath T. Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time-domain approach[J]. IEEE Trans. on Inform Theory, 1994, 40(2):340-349.
- [4] Slock D. Bayesian blind and semi-blind channel estimation[C]// Proc. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Workshop (SAM). Barcelona, Spain: [s.n.], 2004:417-421.
- [5] Jyotsna L B. Channel identification using a combination of blind and nonblind methods[C]// Proc. SPIE. Philadelphia,USA: [s.n.], 1995:202-211.
- [6] Christos M,Kostas B. Improving the performance of the semi-blind cross-relation-based channel estimation method[C]// In:EUSIPCO. Aalborg,Denmark:[s.n.], 2011:1130-1134.
- [7] Vincent B,Olivier C,Moulines E. On the performance of semi-blind subspace-based channel estimation[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2000,48(6):1750-1759.
- [8] Kammoun A, Abed-meraim K, Affes S. An efficient regularized semi-blind estimator[C]// 2009 IEEE International Conference on Communications. Dresden, Germany:[s.n.], 2009.
- [9] Schimid D, Enzner G. Cross-relation-based blind SIMO identifiability in the presence of near-common zeros and noise[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2012,60(1):60-72.

作者简介:



白曜铭(1988-),男,辽宁省抚顺市人,硕 士,研究方向为信道盲辨识技术.email:3490 39045@qq.com. **蒋建中**(1964-),男,江苏省常州市人,教授, 主要研究方向为通信中的现代信号处理.

刘世刚(1972-),男,郑州市人,副教授,主 要研究方向为通信中的现代信号处理.