

文章编号: 2095-4980(2017)05-0740-05

降维 CKF 算法在大失准角传递对准中的应用

宋嘉钰, 杨黎明, 李东杰

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

摘要: 惯性导航具备完全自主、高度隐蔽、数据频率高等优点, 在机载精确制导武器中得到广泛应用。由于空中传递对准可能处于恶劣条件下, 初始失准角较大, 传统的线性传递对准模型不能反映系统的真实情况, 线性滤波算法也将导致很大的对准误差, 为实现精确对准, 需要应用非线性模型和非线性滤波算法。而非线性滤波算法如无迹卡尔曼滤波(UKF)、容积卡尔曼滤波(CKF)等, 在高维情况下, 计算量很大, 在弹载计算机计算资源受限的情况下, 如何降低滤波算法的计算量是一个重要问题。本文将降维容积卡尔曼滤波算法应用在非线性的传递对准模型中, 将容积卡尔曼滤波的采样点由 30 个减少为 6 个, 大幅减少了所需计算量。

关键词: 捷联惯导; 传递对准; 容积卡尔曼滤波; 降维容积卡尔曼滤波

中图分类号: TN965

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA201705.0740

Dimension reduced CKF algorithm for transfer alignment with large misalignment angle

SONG Jiayu, YANG Liming, LI Dongjie

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621999, China)

Abstract: Inertial navigation is completely autonomous, highly covert and has a high data frequency, which is widely used in airborne guided weapons. As the condition for transfer alignment may be bad during the flight, and the misalignment angle may be large, so that traditional linear model cannot accurately reflect the real situation of the system. To achieve a high alignment accuracy, nonlinear model and filter are utilized. Because nonlinear filter has a large calculation quantity and the computing power of on-board computer is limited, it is very important to reduce the calculated quantity of the filter. A dimension reduced Cubature Kalman Filter(CKF) algorithm is adopted in nonlinear transfer alignment model, and the sampling points are reduced from 30 to 6, significantly reducing the calculation quantity.

Keywords: strapdown inertial navigation system; transfer alignment; Cubature Kalman Filter; dimension reduced Cubature Kalman filter

机载精确制导武器对于弹载捷联惯导系统初始对准的快速性和精确度都有一定要求, 由于弹载捷联惯导系统本身精确度较低, 所以需要载机的高精确度主惯导辅助其进行传递对准。Kain 和 Cloutier 在文献[1]中提出了快速传递对准模型, 但对失准角作了小角度假设。文献[2-3]关于传递对准的研究也都是假设失准角为小角度的情况。但实际传递对准过程中, 载机所处的空中环境可能十分恶劣, 失准角较大, 这种情况下传统的线性模型就不再适用。考虑到这一问题, 文献[4-5]在对传递对准的研究中不再采用线性模型, 而是采用了非线性传递对准模型和非线性滤波器。容积卡尔曼滤波(CKF)是 Arasaratnam 在 2009 年提出的一种非线性卡尔曼滤波算法^[6-7], 该算法为确定性采样的非线性卡尔曼滤波器, 能以泰勒展开式三阶多项式精确度逼近任意非线性高斯系统的状态估计, 同时由于各采样点权值均等且为正, 稳定性较好, 在大失准角传递对准研究中得到了很多关注^[8-9]。对于 n 维系统, CKF 的采样点数为 $2n$, 会导致很大的计算量。文献[10]提出了降维 CKF 算法的基本思路, 进行了理论上的证明, 并将降维 CKF 算法应用在捷联惯导自对准应用中。本文采用降维 CKF 算法, 在传递对准滤波器的时间更新流程中将采样的状态量由 15 维减少为 3 维, 采样点由 30 个减少为 6 个。

1 大失准角传递对准模型

假设主惯导无误差,考虑到传递对准时间较短,建模中将子惯导陀螺误差模型简化为常值漂移加高斯白噪声。

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \varepsilon_{bi} + w_{gi} \\ \dot{\varepsilon}_{bi} = 0 \end{cases} \quad (i = x, y, z) \quad (1)$$

式中 ε_{bi} 表示陀螺常值漂移; w_{gi} 表示陀螺噪声。

将子惯导加速度计误差模型也简化为常值零偏加高斯白噪声。

$$\begin{cases} \nabla_i = \nabla_{bi} + w_{gi} \\ \dot{\nabla}_{bi} = 0 \end{cases} \quad (i = x, y, z) \quad (2)$$

式中: ∇_{bi} 表示加速度计常值零偏; w_{gi} 表示加速度计噪声。

以 $\phi^n = [\phi_E \ \phi_N \ \phi_U]^T$ 表示子惯导导航坐标系 n' 系相对于主惯导导航坐标系 n 系的姿态误差角,即失准角。以 bs 表示子惯导载体坐标系,采用速度+姿态的匹配方法,传递对准过程的姿态误差微分方程为:

$$\dot{\phi}^n = C_{\omega}^{-1} [(I - C_n^{n'}) \omega_{in}^n - C_{bs}^{n'} \varepsilon^{bs}] - C_{bs}^{n'} w_g \quad (3)$$

$$\text{式中 } C_{\omega}^{-1} = \frac{1}{\cos \phi_E} \begin{bmatrix} \cos \phi_N \cos \phi_E & 0 & \sin \phi_N \cos \phi_E \\ \sin \phi_N \sin \phi_E & \cos \phi_E & -\cos \phi_N \sin \phi_E \\ -\sin \phi_N & 0 & \cos \phi_N \end{bmatrix}。$$

速度误差微分方程:

$$\delta \dot{V} = [I - (C_n^{n'})^T] C_{bs}^{n'} f_s^{bs} - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V + (C_n^{n'})^T C_{bs}^{n'} \nabla^{bs} + C_{bs}^{n'} w_a \quad (4)$$

式中: f_s 表示子惯导敏感到的加速度; δV 表示子惯导速度误差。

选取失准角、子惯导速度误差、子惯导陀螺常值漂移和加速度计零偏、初始安装误差角作为模型状态量,那么传递对准过程的系统方程如下:

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X) + Gw \\ Z = H(X) + v \end{cases} \quad (5)$$

$$X = [(\phi^n)^T \ (\delta V)^T \ (\varepsilon^{bs})^T \ (\nabla^{bs})^T \ \phi^T]^T \quad (6)$$

式中: $\phi^n, \delta V, \varepsilon^{bs}, \nabla^{bs}, \phi$ 分别表示失准角、子惯导速度误差、子惯导陀螺常值漂移、子惯导加速度计零偏、子惯导初始安装误差角。

系统状态方程的具体形式:

$$\begin{cases} \dot{\phi}^n = C_{\omega}^{-1} [(I - C_n^{n'}) \omega_{in}^n - C_{bs}^{n'} \varepsilon^{bs}] - C_{bs}^{n'} w_g \\ \delta \dot{V} = [I - (C_n^{n'})^T] C_{bs}^{n'} f_s^{bs} - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta V + (C_n^{n'})^T C_{bs}^{n'} \nabla^{bs} + C_{bs}^{n'} w_a \\ \dot{\varepsilon}^{bs} = 0 \\ \dot{\nabla}^{bs} = 0 \\ \dot{\phi} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

观测量:

$$Z = [\delta V^T \ (\phi^n)^T]^T \quad (8)$$

式中 δV 为经过杆臂效应补偿后的子惯导速度误差。

该模型可以同时适用于大失准角和小失准角的情况。

2 传递对准中降维 CKF 滤波器的设计

2.1 三阶球面-相径容积规则

容积卡尔曼滤波算法将基于贝叶斯估计的滤波问题转换为非线性函数与高斯概率密度乘积的数值积分计算。

$$y = \int f(x) N(x; \hat{x}, P_x) dx \quad (9)$$

式中: f 为非线性函数; $N(x; \hat{x}, P_x)$ 为均值为 $\hat{x}$, 方差为 P_x 的随机变量 x 的高斯概率密度。根据三阶球面-相径容

积规则, 上述积分可以近似为:

$$\int f(x)N(x;\hat{x},P_x)dx \approx \sum_{i=1}^{2n} \frac{1}{2n} f(\sqrt{P_x}\xi_i + \hat{x}) \quad (10)$$

ξ_i 为求积节点, 从形式上可以表示为 $\xi_i = \sqrt{n}j_i$, j_i 为 $[I_n \ -I_n]$ 的第 i 列, I_n 为 n 维单位对角矩阵。

2.2 降维 CKF 计算流程

对于传递对准过程而言, 系统状态方程如式(7)所示, 经过分析可知, 导致系统状态方程呈非线性的问题只与失准角 ϕ^n 有关, 将非线性项单独列出, 将离散化后的状态方程改写为如下形式:

$$x_{k+1} = F_k(\phi_k)x_k + g_k(\phi_k) + w_k \quad (11)$$

考虑只对失准角进行采样, 时间更新流程:

已知 $k-1$ 时刻的状态估计值 $\hat{x}_{k-1}$ 和协方差 P_{k-1} , 对 P_{k-1} 作 Cholesky 分解, 得到 S_{k-1} 。分别取 P_{k-1} 和 S_{k-1} 的前 3 行前 3 列组成子矩阵, 设为 P_{k-1}^ϕ 和 S_{k-1}^ϕ 。

令 l_i 表示 $[I_{3 \times 3} \ -I_{3 \times 3}]$ 的第 i 列, 降维 CKF 的状态求积节点:

$$\begin{cases} \chi_{k-1}^m = \hat{\phi}_{k-1} + S_{k-1}^\phi(\sqrt{3} \times l_i)(i=1,2,3,m=i) \\ \chi_{k-1}^m = \hat{\phi}_{k-1} - S_{k-1}^\phi(\sqrt{3} \times l_i)(i=1,2,3,m=i+3) \end{cases} \quad (12)$$

第 i 个求积节点处的非线性变换:

$$\eta_{k-1}(\chi_{k-1}^i) = F_{k-1}(\chi_{k-1}^i) \left(\hat{x}_{k-1} + S_{k-1} \begin{bmatrix} (S_{k-1}^\phi)^{-1}(\chi_{k-1}^i - \hat{\phi}_{k-1}) \\ 0_{12 \times 12} \end{bmatrix} \right) + g_{k-1}(\chi_{k-1}^i) \quad (13)$$

状态一步预测:

$$\hat{x}_{k/k-1} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \eta_{k-1}(\chi_{k-1}^i) \quad (14)$$

状态一步预测的协方差矩阵:

$$\psi_{k-1}(\chi_{k-1}^i) = \eta_{k-1}(\chi_{k-1}^i) \eta_{k-1}^T(\chi_{k-1}^i) + F_{k-1}(\chi_{k-1}^i) S_{k-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{12 \times 12} \end{bmatrix} S_{k-1}^T F_{k-1}^T(\chi_{k-1}^i) \quad (15)$$

$$P_{k/k-1}^x = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \psi_{k-1}(\chi_{k-1}^i) - \hat{x}_{k/k-1} \hat{x}_{k/k-1}^T + Q_k \quad (16)$$

以上就是降维 CKF 的时间更新流程。

量测更新流程与常规 CKF 相同, 计算流程如下。

对 $P_{k/k-1}^x$ 进行 Cholesky 分解, 得到 $S_{k/k-1}$ 。

计算求积节点:

$$\chi_{k/k-1}^i = S_{k/k-1} \xi_i + \hat{x}_{k/k-1} (i=1,2,3,\dots,30) \quad (17)$$

求积节点处的非线性变换:

$$Z_{k/k-1}^i = H(\chi_{k/k-1}^i) \quad (18)$$

观测量的预测值:

$$\hat{z}_{k/k-1} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} Z_{k/k-1}^i \quad (19)$$

求自相关协方差矩阵与互相关协方差矩阵:

$$P_{k/k-1}^{zz} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} Z_{k/k-1}^i Z_{k/k-1}^{iT} - \hat{z}_{k/k-1} \hat{z}_{k/k-1}^T + R_k \quad (20)$$

$$P_{k/k-1}^{xz} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} \chi_{k/k-1}^i Z_{k/k-1}^{iT} - \hat{x}_{k/k-1} \hat{z}_{k/k-1}^T \quad (21)$$

卡尔曼增益:

$$W_k = P_{k/k-1}^{zz} (P_{k/k-1}^{xz})^{-1} \quad (22)$$

状态估计更新:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + W_k(z_k - \hat{z}_{k/k-1}) \quad (23)$$

协方差阵更新:

$$P_k = P_{k/k-1} - W_k P_{k/k-1}^z W_k^T \quad (24)$$

式(12)~式(24)就是降维 CKF 算法的计算流程。

3 仿真结果

仿真条件: 导航坐标系指向为东北天, 载机初始位置北纬 45° , 东经 120° , 飞行高度 5 000 m, 以 200 m/s 的速度朝北偏东 30° 水平飞行。设主惯导无误差, 子惯导陀螺常值漂移 $10^\circ/\text{h}$, 噪声为 $1^\circ/\text{h}$, 子惯导加速度计常值零偏 1 mg , 噪声为 0.1 mg , 初始安装误差角设为 $[10^\circ \ 10^\circ \ 10^\circ]$, 杆臂长度 $[2 \text{ m} \ 0.1 \text{ m} \ 0.5 \text{ m}]$, 机翼动态挠曲用二阶马尔科夫模型描述, 参数为 $\beta = [8, 7, 9]^T$, 马尔科夫过程驱动白噪声强度均为 $0.001 \text{ rad}^2/\text{s}^4$, 仿真时间 20 s, 载机从 $t=0$ 时刻开始做持续 10 s, 幅度为 60° 的摇翼机动。

从图 1 中可以看出, 降维 CKF 的收敛速度要慢于常规 CKF。以东向失准角估计误差曲线为例, 将图像局部放大, 见图 2。可以看出, 降维 CKF 和常规 CKF 的曲线变化趋势是一致的, 只是幅度略有差异, 说明降维 CKF 同样可以捕获到足够的信息来近似系统的变化过程。

进行 30 次 Monte Carlo 仿真以评估 2 种算法的性能, 具体结果见表 1, 仿真所用软件为 Matlab 2013(32 位), 计算机处理器为 I5-3470, 频率 3.2 GHz, 内存 2 G。仿真结果如表 1 所示, 从中可以看出, 降维 CKF 相比常规 CKF, 精确度损失很小, 而平均运行时间缩短 44%, 说明很大程度上降低了所需计算量。

4 结论

本文针对大失准角传递对准, 对失准角不做任何限制, 建立了非线性传递对准模型, 将降维 CKF 算法应用在该模型中, 进行了仿真分析。与常规 CKF 相比, 降维 CKF 在时间更新过程中将采样的状态量由 15 维减少为 3 维, 采样点数由 30 个减少为 6 个, 在精确度损失很小的情况下将平均计算时间缩短了 44%, 大幅降低了计算量, 具备一定的工程价值。

参考文献:

- [1] KAIN J E, CLOUTIER J R. Rapid transfer alignment for tactical weapon applications[C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Boston: [s.n.], 1989: 1290-1300.
- [2] SHORTELL K J, GRAHAM W R, RABOUM C. F-16 flight tests of a rapid transfer alignment procedure[C]// IEEE Position Location and Navigation Symposium. [S.l.]: IEEE, 1998: 379-386.
- [3] LYOU J, LIM Y C. Transfer alignment considering measurement time delay and ship body flexure[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2009, 23(1): 195-203.
- [4] 熊芝兰, 郝燕玲, 孙枫. 基于四元数的惯导系统快速匹配对准算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(1): 28-34. (XIONG Zhilan, HAO Yanling, SUN Feng. Rapid matching alignment algorithm of inertial navigation system based on quaternion[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2008, 29(1): 28-34.)
- [5] 周卫东, 吉宇人, 乔向伟. 四元数扩维无迹卡尔曼滤波算法及其在大失准角快速传递对准中的应用[J]. 控制理论与

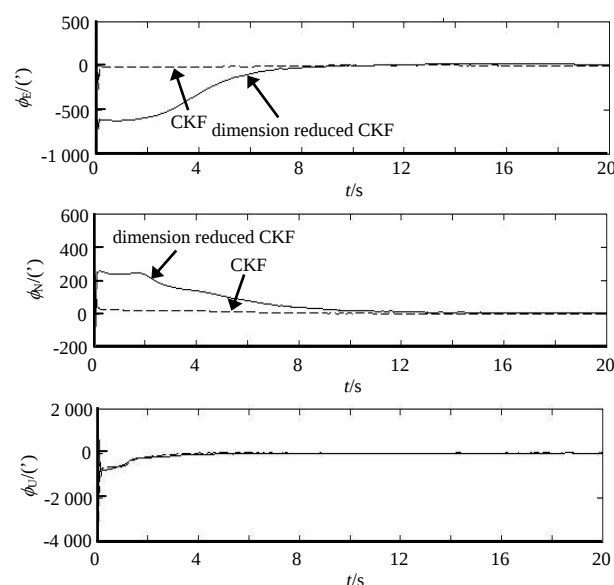


Fig.1 Misalignment angle estimate error
图 1 失准角估计误差曲线

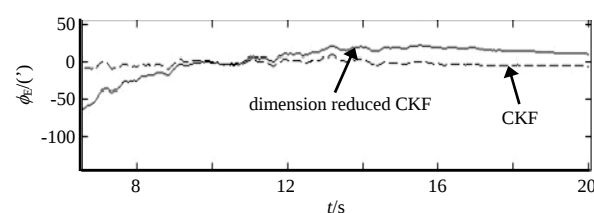


Fig.2 East misalignment angle estimate error
图 2 东向失准角估计曲线

表 1 降维 CKF 仿真结果分析

Table 1 Simulation results of dimension reduced CKF

		CKF	dimension reduced CKF
ϕ_E	average estimate error	0.992 8'	0.565 1'
	standard deviation	1.789 5'	2.311 2'
ϕ_N	average estimate error	1.804 7'	3.251 7'
	standard deviation	3.220 0'	3.296 6'
ϕ_U	average estimate error	-2.286 4'	-2.578 1'
	standard deviation	4.371 2'	4.690 1'
	average run time	9.028 4 s	5.082 2 s

- 应用, 2011,28(11):1583-1588. (ZHOU Weidong,JI Yuren,QIAO Xiangwei. Quaternion augmented unscented Kalman filter and its application to rapid transfer alignment under large misalignment[J]. Control Theory & Applications, 2011,28(11): 1583-1588.)
- [6] ARASARATNAM I,HAYKIN S. Cubature Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009,54(6):1254-1269.
- [7] ARASARATNAM I,HAYKIN S,THOMAS R H. Cubature Kalman Filtering for continuous-discrete systems:theory and simulations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010,58(10):4977-4993.
- [8] 王跃钢,杨家胜,文超斌. 捷联惯导大失准角下传递对准的鲁棒算法[J]. 现代防御技术, 2013(6):32-37. (WANG Yuegang, YANG Jiasheng,WEN Chaobin. Robust algorithm of transfer alignment for SINS under large misalignment[J]. Modern Defence Technology, 2013(6):32-37.)
- [9] 陈雨,赵焱,李群生. 基于 QCKF 的大失准角快速传递对准[J]. 北京航空航天大学学报, 2013(12):1624-1628. (CHEN Yu,ZHAO Yan,LI Qunsheng. QCKF based rapid transfer alignment for large misalignment angles[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013(12):1624-1628.)
- [10] 钱华明,葛磊,黄蔚,等. 降维 CKF 算法及其在 SINS 初始对准中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2013,35(7):1492-1497. (QIAN Huaming,GE Lei,HUANG Wei,et al. Reduced dimension CKF algorithm and its application in SINS initial alignment[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013,35(7):1492-1497.)

作者简介:



宋嘉钰(1988-), 男, 四川省南充市人, 硕士, 主要从事惯性导航传递对准技术研究.email:songjiayu1988@126.com.

杨黎明(1971-), 男, 四川省苍溪县人, 研究员, 主要从事传感器技术研究.

李东杰(1972-), 男, 河南省柘城县人, 研究员, 主要从事制导与引信技术研究.

空间量子通信与光子探测专题研讨会

<http://www.csoe.org.cn/meeting/QC2017/>

中国光学工程学会于 2017 年 11 月 22 日-24 日在上海将组织召开“青年科学家论坛——空间量子通信与光子探测”, 以前沿科技热点为牵引, 结合实际问题和发展前景, 探索新机会和新技术, 旨在为我国学术界和企业界搭建技术互通和学科交叉共赢大平台。

主办单位: 中央军事委员会科学技术委员会; 中国工程院信息与电子工程学部; 国家自然科学基金委员会; 中国光学工程学会

承办单位: 中国光学工程学会; 中国宇航学会光电技术专业委员会

会议主席: 潘建伟院士(中国科学技术大学) **共主席:** 王建宇(中科院上海技术物理研究所)

会议议题: 量子光学; 量子操控技术; 量子测量技术及应用; 量子导航技术; 量子信息技术与应用; 单光子探测技术; 量子通信技术; 量子成像、量子点显示; 量子存储; 量子密码; 其他相关方向

投稿须知: 投稿作者将原创的论文投往本会议, 文章长度为 4-6 页, 中英文兼收。

投稿请登录: <http://events.kjtxw.com/tougao/1426493031.html>

论文发表: 会议录用的英文稿件将在 SPIE 会议论文集(EI) 发表, 中文稿件推荐至《红外与激光工程》(EI)、《光学精密工程》(EI)、《强激光与粒子束》、《太赫兹科学与电子信息学报》(科技核心期刊)、《中国光学》(核心期刊)、《量子光学学报》(核心期刊)、《电光与控制》(核心期刊)正刊出版。

组委会联系方式: 邓林萍(Linping Deng), 86-10-63726007, denglinping@csoe.org.cn

高 鑫(Sindri Gao), 86-10-63728336, gaoxing@csoe.org.cn