

文章编号: 2095-4980(2021)05-0826-06

高阶耦合模倒圆锥双重正弦同轴结构频率响应

丁学用, 王连胜, 强 蕾

(三亚学院 理工学院, 海南 三亚 572022)

摘要: 为了形成带宽窄、品质因数 Q 高、选择性好的同轴布喇格反射器, 提出一种倒圆锥型双重正弦同轴结构设计。基于耦合模式理论, 在普通正弦槽结构的基础上, 叠加刻蚀周期较小的辅助正弦分布, 在导体内外壁上增加倒锥度, 形成倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构。通过 FORTRAN 软件仿真得出, 与普通正弦槽相比, 倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构的工作模式和竞争模式的带宽更窄, 品质因数 Q 得到提高, 残余旁瓣现象得到抑制。同时, 竞争模式的中心谐振频率点远离工作模式, 带隙重叠进一步分离, 频率选择性得到提高。该结构设计简单, 方法合理, 可以更好地分离工作模式和竞争模式, 构建高品质因数 Q 、高功率的单一高次模谐振腔。

关键词: 同轴布喇格结构; 倒圆锥型双重正弦结构; 频率响应; 品质因数 Q ; 带隙重叠

中图分类号: TN814

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2021129

Frequency response of high order coupled mode in a coaxial Bragg structure with negative tapered-double-sinusoidal grooves operating at 0.35 THz

DING Xueyong, WANG Liansheng, QIANG Lei

(Department of Polytechnic, Sanya University, Sanya Hainan 572022, China)

Abstract: A negative tapered-double-sinusoidal grooves structure is proposed in order to form a coaxial Bragg reflector with narrow bandwidth, high quality factor Q and good selectivity. According to the coupling mode theory, on the basis of the ordinary sinusoidal groove structure, the auxiliary sinusoidal distribution with smaller etching period is superimposed, and the negative taper is added on the inner and outer walls of the conductor to form the negative tapered-double-sinusoidal grooves coaxial Bragg structure. Through FORTRAN software programming, compared with that of the ordinary sinusoidal grooves, the bandwidth of the working mode and the competing mode of the negative tapered-double-sinusoidal grooves coaxial Bragg structure gets narrower, the quality factor Q gets greater, and the residual side lobe phenomenon is suppressed. At the same time, the center resonant frequency point of the competition mode is far away from that of the working mode, the band gap overlap is further separated, and the frequency selectivity is improved. The structure design is simple and reasonable, which can better separate the working mode and the competition mode, and is favorable to construct a single high-order mode resonator with high quality factor Q and high power.

Keywords: coaxial Bragg structure; negative tapered-double-sinusoidal grooves; frequency response; quality factor Q ; band gap overlap

布喇格结构广泛应用于光电子学、微波电子学、太赫兹技术等诸多领域, 特别是在毫米波和亚毫米波回旋自谐振脉塞(CARM)和自由电子激光(FEL)的应用中^[1-4]。布喇格结构周期性边界条件的选频特性所形成的禁带或者通带, 可用来制作反射器^[3-6]。近几年, 有学者对较低频率带有坡度结构的同轴开槽布喇格反射器以及不同内外导体相位差对同轴布喇格结构反射特性的影响进行了研究^[7-9], 但很少有人对较高频率高频高阶耦合模式坡度同轴布喇格结构特性进行研究。前期研究表明, 在同轴布喇格结构内外导体初始相位 $\delta_\phi = |\phi_{in} - \phi_{out}| = \pi$ 且内外导体开槽周期相同时, 工作模式和竞争模式的带隙重叠现象可以有效分离, 获得高反射率^[9], 在此基础上, 加倒

收稿日期: 2021-03-31; 修回日期: 2021-05-14

基金项目: 海南省自然科学基金资助项目(620MS063); 海南省教育厅项目基金资助项目(Hnjg2019ZD-23; hnky2020ZD-21)

圆锥型坡度对耦合模式中竞争模式的中心频率偏移有明显影响，可以很好地抑制带隙重叠^[5-8]。本文提出在现有倒圆锥型坡度开槽正弦同轴布喇格结构的基础上，保持槽深不变，叠加周期较小的正弦分布，形成倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构。可通过设计合适的参数，拓宽其作为反射器的用途，进一步抑制过模工作状态所产生的带隙重叠，构建高品质因数 Q 、高功率的单一高次模谐振腔。

1 结构模型

近年来，由于同轴布喇格结构比传统的圆柱布喇格结构更具优越性，所以，越来越受到人们的重视^[5-9]。在这种同轴布喇格结构中，内外导体波纹槽的轴线都平行于布喇格结构的对称轴。传统正弦开槽同轴布喇格结构如图 1 所示^[9]，对同轴布喇格结构的外导体内壁加负坡度角、内导体外壁加正坡度角可构成倒圆锥型坡度正弦同轴布喇格结构^[6]，本文在倒圆锥型坡度正弦同轴布喇格结构的基础上，内外壁结构中蚀刻周期较小的辅正弦分布，形成倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构，如图 2 所示。由于辅正弦槽的周期和幅度(微米级)都较小，采用通常的微波器件机械加工或微纳工艺方法难以实现，但光学腔刻蚀布喇格光栅的工艺可精确到微米、亚微米级，故倒圆锥型坡度正弦同轴布喇格结构可采用刻蚀布喇格光栅的工艺得以实现。在图 1 和图 2 中，结构外导体内壁各点到同轴布喇格结构对称轴线的半径 R_{out} 和结构内导体外壁各点到同轴布喇格结构对称轴线的内导体半径 R_{in} 与纵向位置 z 的关系可分别表示为式(1)~(2)和式(3)~(4)，其中 θ_{out} 和 θ_{in} 分别表示内外壁坡度角， $\delta_\varphi = |\varphi_{in} - \varphi_{out}| = \pi$ ， $k_B = 2\pi/p_b$ 。

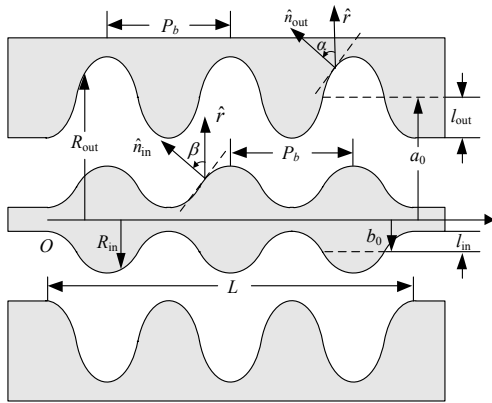


Fig.1 Longitudinal-sectional view with sinusoidal grooves structure
图 1 正弦开槽同轴布喇格结构剖面图

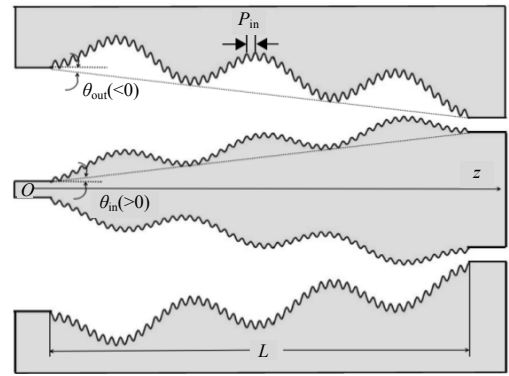


Fig.2 Longitudinal-sectional view with negative tapered-double-sinusoidal structure
图 2 倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构剖面图

$$R_{out}(z) = a_0 - l_{out} \cos(k_{out}z + \varphi_{out}) \quad (1)$$

$$R_{in}(z) = b_0 - l_{in} \cos(k_{in}z + \varphi_{in}) \quad (2)$$

$$R_{out}(z) = a_0 + \tan \theta_{out} \cdot z - l_{out} [m_a \cos(k_B z + \varphi_{out}) + m_b \cos(k_A z + \varphi_{out})] \quad (3)$$

$$R_{in}(z) = b_0 + \tan \theta_{in} \cdot z - l_{in} [m_a \cos(k_B z + \varphi_{in}) + m_b \cos(k_A z + \varphi_{in})] \quad (4)$$

由图 1 所示， \hat{r} 与 \hat{n}_{out} 之间的夹角 α 以及 \hat{r} 与 \hat{n}_{in} 之间的夹角 β 可表示为：

$$\tan \alpha = \frac{dR_{out}}{dz} = \tan \theta_{out} + l_{out} [m_a k_B \sin(k_B z + \varphi_{out}) + m_b k_A \sin(k_A z + \varphi_{out})] \quad (5)$$

$$\tan \beta = \frac{dR_{in}}{dz} = \tan \theta_{in} + l_{in} [m_a k_B \sin(k_B z + \varphi_{in}) + m_b k_A \sin(k_A z + \varphi_{in})] \quad (6)$$

式中： φ_{out} 和 φ_{in} 表示内外壁开槽的初始相位； $m_a + m_b = 1$ ； $K_{am} = \frac{m_b}{m_a}$ 被定义为振幅比例系数，一般情况下满足 $k_A = Nk_B$ ； $l_{out} \times m_b$ 和 $l_{in} \times m_b$ 分别是辅助开槽深度。当振幅比例系数 $K_{am} = 0$ 时，倒圆锥型坡度双重正弦同轴布喇格结构又恢复到传统结构。

根据耦合模理论^[9]，假设同轴布喇格反射器中存在 N 种模式，且快速振荡项可以忽略，则第 i 模式 ($i=1,2,3,\dots,N$) 沿 z 正方向传播的波和沿 z 负方向传播的波，可由下述耦合方程公式(7)和公式(8)决定：

$$\frac{df_i^+}{dz} = -(\alpha_i + j\Delta_i) f_i^+ + \sum_{k=1}^N jG_{ik} f_k^- \quad (7)$$

$$\frac{df_i^-}{dz} = (\alpha_i + j\Delta_i)f_i^- - \sum_k jG_{ik}^* f_k^+ \quad (8)$$

式中： $f_i^+ = A_i^+ e^{(jk_0 z/2)}$, $f_i^- = A_i^- e^{(-jk_0 z/2)}$, A_i^\pm 为正方向传播的波及负方向传播的波的幅度； $\Delta_i = \beta_i - k_0/2$ 为布喇格失配量， β_i 是纵向波数； α_i 是衰减常数； G_{ik} 和它的共轭 G_{ik}^* 代表第 i 模式和第 k 模式之间的耦合系数。

在文献[9]中赖颖昕博士详细推导了正弦波纹同轴布喇格结构的多波耦合方程组和耦合系数的具体表达式，讨论了正弦波纹同轴布喇格结构耦合模理论的各类 TEM、TE、TM 模式的具体表达式，以及布喇格结构中各个本征模对应的行波分量彼此间相互作用的情况，并利用数值特征向量法对耦合模式方程组进行了求解，利用边界条件得到 $2N$ 个方程：

$$f_1^+ \Big|_{z=0} = \sum_{p=1}^{2N} C_p r_{p,1} = f_0 \quad (9)$$

$$f_i^+ \Big|_{z=0} = \sum_{p=1}^{2N} C_p r_{p,2i-1} = 0, \quad (i=2,3,\dots,N) \quad (10)$$

$$f_i^- \Big|_{z=L} = \sum_{p=1}^{2N} C_p r_{p,2i} e^{\lambda_p L} = 0, \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (11)$$

最后通过利用 FORTRAN 语言编制了通用的计算程序，得到了与布喇格结构相对应的特征值和特征向量，采用 QR 算法求出特征值和相应的特征向量。再将式(9)~(10)右边的复系数矩阵进行 LU 分解，采用迭代改善的算法对线性方程组进行高精度的求解。在得到耦合方程的解后，可计算出每一模式的反射率，即对应于布喇格结构输入端的反向波振幅与输入端工作模式的正向波振幅之比的平方：

$$\mathcal{R}_i = \left| \frac{f_i^-(l)}{f_0} \right|^2 = \left| \frac{\sum_{p=1}^{2N} C_p r_{p,2i}}{f_0} \right|^2, \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (12)$$

和品质因数 Q ：

$$Q = \omega \frac{W}{P_l} \quad (13)$$

式中： W 是储存的能量； P_l 是损耗的能量； ω 是谐振频率。

3 dB 带宽是指幅值等于最大值的 $\sqrt{2}/2$ 时对应的频带宽度，此时对应的频率分别为上截止频率 f_H 和下截止频率 f_L ，如图 3 所示。

中心频率偏移定义为同轴布喇格反射器的设计中心频率 f_0 与相关参数改变后得到的实际中心频率 f_0' 之差的绝对值，即：

$$\Delta f = |f_0 - f_0'| \quad (14)$$

基于耦合模理论，在前期利用 FORTRAN 语言编制正弦波纹同轴布喇格结构通用计算程序的基础上，用 FORTRAN 程序编写代码实现 0.35 THz 高阶耦合模倒圆锥型双重正弦同轴结构频率响应特性研究。FORTRAN 编程理论模拟结果与实验测试结果在较低频率工作时的一致性已得到实验验证^[9]，但对工作于 THz 频率的同轴布喇格结构特性，由于实验条件、实验测试环境、测试仪器精确度等因素影响，目前实验测试不能完成，只能通过所编写可行的计算程序进行模拟研究。

前期研究发现，在同轴布喇格结构内外导体初始相位差 $\delta_\phi = |\varphi_{in} - \varphi_{out}| = \pi$ ，且内外导体开槽周期相同时工作模式和竞争模式的带隙重叠现象可以有效分离，获得高反射率^[5-9]。因此，在接下来的研究中，初始相位差都设置为 π ，且内外导体开槽周期相同。

2 倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构频率响应特点

为了更好地比较，根据布喇格设计条件，设计表 1 中的参数^[9]。用 FORTRAN 语言编程通用计算程序来仿真倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构的频率响应特点。

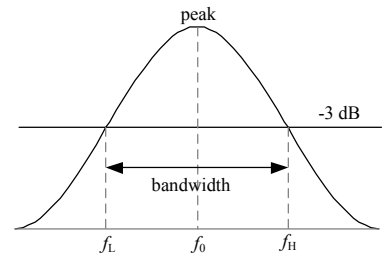


Fig.3 Diagram of 3dB bandwidth
图 3 3 dB 带宽示意图

表 1 倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构主要参数

Table1 Main parameters of the negative tapered-double-sinusoidal grooves structure

title	numerical value
operating frequency/THz	0.35
operating mode	TE _{6,1} , TM _{6,2}
outer wall radius/mm	10.0
inner conductor radius/mm	7.0
the corrugation amplitude/mm	0.02
the main ripple period/mm	0.43
length of the cavity/mm	85.57
the phase difference	π

图 4 是当所加坡度角 $\theta_{out}=\theta_{in}=0$ 时传统正弦开槽同轴布喇格结构和倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构频率响应比较图, 其中工作模式为 $TE_{6,1}$, 主要竞争模式为 $TM_{6,2}$ 。由图 4 可知, 在内外壁结构中蚀刻周期较小的辅助正弦分布, 工作模式 $TE_{6,1}$ 和主要竞争模式 $TM_{6,2}$ 的带宽都明显变窄, 且中心谐振频率点对应的最大反射率也有所增大, 残余旁瓣现象得到一定程度的抑制。由图 5 可以看出, 当采用双重正弦开槽结构时, 无论工作模式 $TE_{6,1}$ (中心频率为 0.35 THz) 还是竞争模式 $TM_{6,2}$ (中心频率为 0.356 2 THz), 它们的品质因数 Q 都会变大。

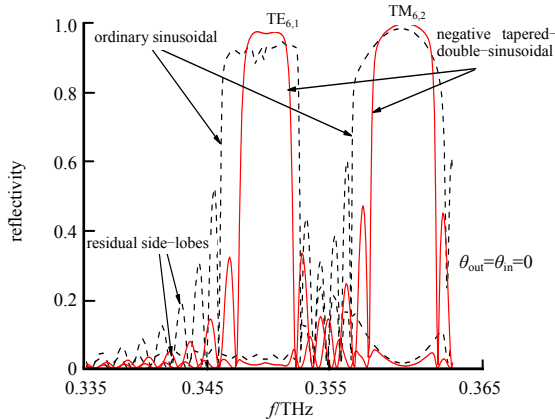


Fig.4 Frequency response of the reflectivity in the negative tapered-double-sinusoidal grooves structure comparing with the ordinary sinusoidal grooves

图 4 传统正弦开槽和倒圆锥型双重正弦开槽同轴布喇格结构频率响应比较图

图 6 是加倒圆锥型坡度后双重正弦同轴布喇格结构在不同坡度角时反射率与频率的关系图。与传统正弦开槽结构相比, 随着坡度角的增大, 工作模式 $TE_{6,1}$ 的中心谐振频率点几乎没有偏移, 带宽逐渐变宽, 但竞争模式 $TM_{6,2}$ 的中心谐振频率点远离工作模式 $TE_{6,1}$ 中心谐振频率点, 模式之间的带隙重叠现象得到很好的抑制。这有利于减弱工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 之间的相互影响, 获得单一纯净的工作模式 $TE_{6,1}$ 。

由 FORTRAN 程序编写代码模拟仿真的后台数据可得不同坡度角时对应于工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 的不同频率如表 2 所示, 由此表中数据可得工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 中心频率偏移随坡度角变化的曲线图如图 7 所示, 以及工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 的带宽随坡度角变化的曲线图如图 8 所示, 不同坡度角的品质因数 Q 曲线图如图 9 所示。由图 7 可知, 工作模式 $TE_{6,1}$ 的中心频率发生偏移较小, 但竞争模式 $TM_{6,2}$ 的中心频率点值随着坡度角的增加而逐渐变大且远离工作模式 $TE_{6,1}$ 的中心频率点, 可以很好地抑制带隙重叠现象, 而且工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 的反射率也略有增大。由图 8 可知, 工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 的带宽随着坡度角的增大逐渐变宽, 二者变化趋势相近。由图 9 可以看出, 随着坡度角的增加, 工作模式 $TE_{6,1}$ 和竞争模式 $TM_{6,2}$ 的品质因数 Q 在逐渐减小, 但总是大于传统正弦开槽结构的品质因数。因此, 为了更好地拓宽倒圆锥型双重正弦同轴布喇格结构作为反射器或滤波器的用途, 应根据实际需要选择坡度角的大小, 使倒圆锥型双重同轴布喇格结构性能达到最佳。

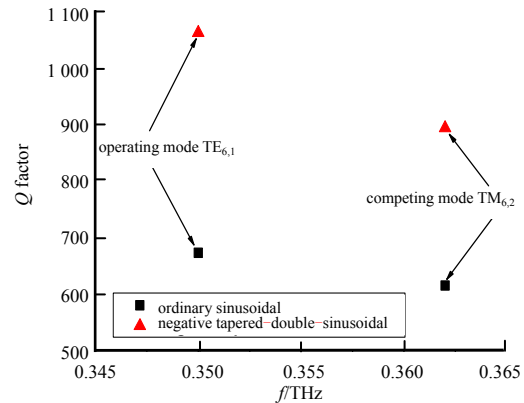


Fig.5 Q-factor versus the frequency for the ordinary sinusoidal grooves and negative tapered-double-sinusoidal grooves

图 5 倒圆锥型双重正弦开槽同轴布喇格结构品质因数随频率变化图

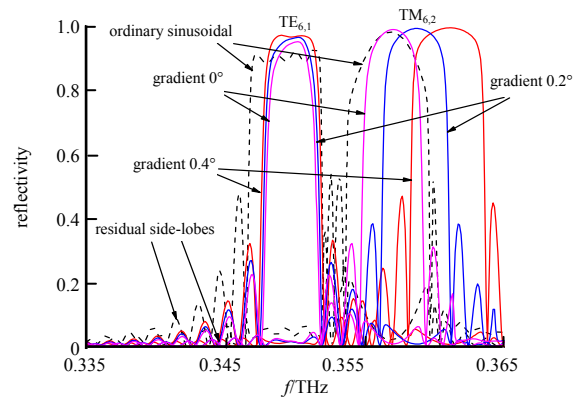


Fig.6 Reflectivity versus the frequency for different gradient angles with negative tapered-double-sinusoidal grooves

图 6 倒圆锥型双重结构不同坡度角频率响应随频率变化图

表 2 不同坡度角工作模式和竞争模式的频率

Table2 Frequency of operating mode and competing mode with different gradient angles

	working mode $TE_{6,1}$			competition mode $TM_{6,2}$		
	f_0 /THz	f_l /THz	f_H /THz	f_0 /THz	f_l /THz	f_H /THz
ordinary sinusoidal	0.350 0	0.346 7	0.351 9	0.356 7	0.353 8	0.359 6
gradient 0°	0.350 2	0.348 1	0.351 4	0.357 1	0.355 0	0.359 0
gradient 0.2°	0.350 3	0.347 9	0.351 6	0.358 7	0.356 4	0.360 9
gradient 0.4°	0.350 1	0.347 8	0.351 8	0.361 1	0.358 4	0.363 5

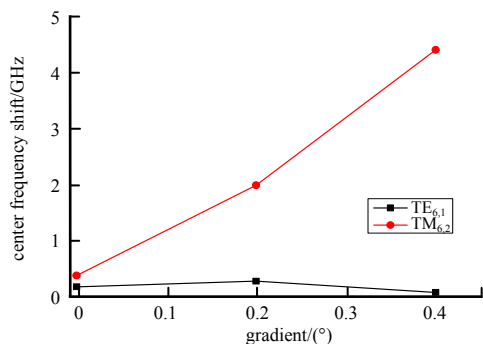


Fig.7 Relationship between the different gradient angles and the center frequency shift
图 7 中心频率偏移随坡度角变化关系图

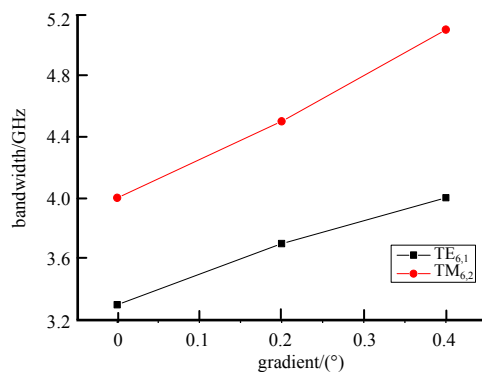


Fig.8 Relationship between the different gradient angles and 3 dB bandwidth
图 8 带宽随坡度角变化关系图

3 结论

本文基于耦合模理论，利用 FORTRAN 软件编程来实现对倒圆锥型双重正弦槽同轴布喇格结构频率响应特点的模拟比较研究，得出采用倒圆锥型双重正弦开槽同轴布喇格结构作为反射器，可以进一步分离工作模式和竞争模式，有效抑制带隙重叠现象，减弱残余旁瓣对频率响应的影响，增大模式的品质因数 Q ，提高模式频率的选择性。这为设计带宽窄、品质因数 Q 高、选择性好的单一模式工作的高频高阶模式同轴布喇格反射器提供了理论参考。

参考文献：

- [1] THUMM M. State-of-the-art of high-power gyro-devices and free electron masers[J]. Journal of Infrared Millimeter & Terahertz Waves, 2020(4):1-140.
- [2] GINZBURG N S,PESKOV N Y,SERGEEV A S,et al. The use of a hybrid resonator consisting of one-dimensional and two-dimensional Bragg reflectors for generation of spatially coherent radiation in a coaxial free electron laser[J]. Physics Plasmas, 2002,9(6):2798-2802.
- [3] BARROSO J J,LEITE N J P. Design of coaxial Bragg reflectors[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2006,34(3):666-672.
- [4] 赵明明,于建军. 太赫兹通信系统的研究现状与应用展望[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(6):931-937. (ZHAO Mingming,YU Jianjun. Terahertz communication system:present and outlook[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(6):931-937.)
- [5] DING X Y,LI H F,LYU Z S. Effect of ripple taper on band-gap overlap in a coaxial Bragg structure operating at terahertz frequency[J]. Physics Plasmas, 2012,19(9):1-4.
- [6] 丁学用,王玲玲. 新型坡度同轴布喇格反射器频率响应特性的数值模拟比较研究[J]. 电波科学学报, 2012,26(1):55-61. (DING X Y,WANG L L. Comparative study of numerical simulations in coaxial Bragg reflector with the new tapered ripples[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2012,26(1):55-61.)
- [7] DING X Y,LIU H,LYU Z S. Effect of ripple taper on coupling modes in a coaxial Bragg structure[J]. Journal of Infrared, Millimeter,and Terahertz Waves, 2010(31):1156-1163.
- [8] 丁学用,张世昌,谢永超. 具有坡度的同轴布喇格结构的频率响应[J]. 强激光与粒子束, 2008,20(12):2051-2054. (DING Xueyong,ZHANG Shichang,XIE Yongchao. Characteristics of frequency response in a coaxial Bragg structure with tapered ripples[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008,20(12):2051-2054.)
- [9] LAI Y X,ZHANG S C. Multiwave interaction formulation of a coaxial Bragg structure and its experimental verification[J]. Physics Plasmas, 2007(14):113301.

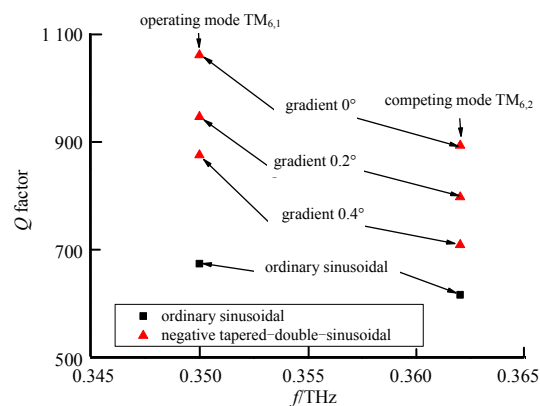


Fig.9 Q-factor diagram of different gradient angles
图 9 不同坡度角品质因数 Q 曲线图