

文章编号: 2095-4980(2022)02-0097-09

基于 GNSS 的无源雷达定位能力分析

郑雨晴, 艾小锋*, 徐志明, 赵 锋, 肖顺平

(国防科技大学 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 基于全球导航定位系统(GNSS)的无源雷达是当前研究的热点。在基于距离和的定位方法中, GNSS 自身的时间同步误差和定位误差会降低定位精确度, 考虑这些误差并结合全球四大 GNSS 的信号特性和参数测量能力, 推导了三维空间多发多收距离和定位精确度表达式以及克拉美罗下界(CRLB)。选取不同卫星和接收站数量进行了仿真分析, 揭示了卫星数量、接收站数量与定位精度之间的关系。当忽略卫星位置误差时, 接收站数量增长带来的定位精确度增长百分比对于任意辐射源数量为定值; 若卫星位置误差增大, 增加接收站数量对于定位精确度的改善程度会降低。所得结论可以为基于 GNSS 的无源雷达辐射源选取与接收站布站提供理论参考。

关键词: 无源雷达; 全球导航定位系统; 目标定位; 精确度分析

中图分类号: TN914.42

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2021126

Localization ability analysis of GNSS-based passive radar

ZHENG Yuqing, AI Xiaofeng*, XU Zhiming, ZHAO Feng, XIAO Shunping

(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: Global Navigation Satellite System(GNSS)-based passive radar is a hotspot of current research. In the positioning method based on the sum of distance, the time synchronization error and positioning error of GNSS will reduce the positioning accuracy. Considering the above errors and combining the signal characteristics and parameter measurement capabilities of the four major GNSSs in the world, the three-dimensional localization accuracy expressions and the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) for the system of multi-transmit multi-receive are derived. Through simulation analysis, the relationship between the number of satellites or receiving stations and the localization accuracy is revealed. When the satellite position errors are ignored, the percentage increases in localization accuracy caused by the number increases of receiving stations are the fixed values for any number of radiation sources; if the satellite position errors increase, the improvement in positioning accuracy by increasing the number of receiving stations will decrease. The obtained conclusions can provide a theoretical reference for the selection of GNSS-based passive radar radiation sources and the deployment of receiving stations.

Keywords: passive radar; GNSS; target localization; accuracy analysis

传统单基地雷达面临强干扰和反辐射打击等重要威胁。无源雷达本身不发射电磁波, 仅利用被动测量对目标进行定位, 在电子战环境下具有较强的生存能力。环境中存在的第三方电磁波信号可作为辐射源, 例如广播、电视、通信基站信号等。但广播、电视、通信基站信号在远海区域面临无辐射源可用的难题, 全球导航定位系统(GNSS)不仅能为用户提供定位、导航、授时等基本功能, 还能够提供全域覆盖、长期稳定的信号源, 单个目标至少受到 4 颗卫星的照射^[1], 雷达系统无需增加额外信号故而不产生电磁污染。随着全球导航系统的逐步完善, 基于 GNSS 的无源雷达技术成为当今的研究热点^[2-4]。

1996 年, 德国的 Volker Koch 和 Robert Westphal 提出了一种用于空天防御的多基地无源雷达系统, 系统使用

收稿日期: 2021-03-26; 修回日期: 2021-06-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62071475); 国家自然科学基金重大项目课题(61890541,61890542)

*通信作者: 艾小锋 anxifu2001@163.com

GPS 导航信号作为低功率雷达应用信号^[5]。文献[6-8]进一步证明了应用 GNSS 作为辐射源进行目标探测的有效性,但一般需要长时间的积累才能实现对远距离目标的检测。目标定位是无源雷达系统中的重要研究内容。雷达接收站可以获得辐射源信号与目标反射信号的波达方向(Direction of Arrival, DOA)以及信号到达时间等信息,通过对目标的长时间观测实现定位。工程中常用的定位方法有:测向交叉定位法、时差(Time Difference of Arrival, TDOA)定位法^[9]、测向测时差混合定位法等。目前,在传统方法的基础上新方法层出不穷,如基于相位变化率(Phase Change Rate, PRC)的无源定位、无源测距技术、改进两步加权最小二乘算法^[10]、DOA-TDOA 目标定位算法^[11]、时差/频差联合定位方法^[12]等。

现实中卫星与接收机的位置包含误差,卫星信号到达接收站的时间也存在误差,这些误差会对目标定位算法的精确度产生显著影响。马晖等针对 $N \times 1$ (多颗卫星和单部接收机)无源雷达系统开展了海上目标定位实验,在考虑卫星位置误差的基础上,对比了不同卫星数量情况下的定位精确度^[1]。文献[10]对于 $N \times 1$ (多部发射机和单部接收机)无源雷达系统给出了含有传感器位置误差的定位算法克拉美罗下界(CRLB)。文献[11]针对 $N \times 1$ (多部发射机和单部接收机)无源雷达系统给出了基于 DOA-TDOA 的目标定位算法,分析了含发射机和接收机位置误差的 CRLB 及定位结果的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)。以上研究考虑的均是多个非合作辐射源和单个接收站系统的定位精确度分析。本文结合天发地收的无源雷达应用模式,考虑 $N \times M$ (N 颗卫星和 M 部接收机)的目标定位模型,理论分析了三维空间中多发多收系统距离和定位几何精度因子(Geometric Dilution Precision, GDOP)及 CRLB 下限,选取不同卫星数量和接收站数量进行了仿真分析,揭示了定位精确度与卫星数量和接收机数量的关系。

1 基于 GNSS 的无源雷达原理

基于 GNSS 的无源雷达是一种双/多基地雷达,如图 1 所示。该系统由多个辐射源(GNSS 卫星)和地面接收站组成,卫星持续发射电磁波,一部分直接被接收站接收,称为直达波;另一部分被空中目标反射后被接收站接收,称为目标回波。因此,接收站会在两个不同时刻接收到以上两个相同的卫星信号,直达波的传播距离为卫星到接收站的距离 L ;目标反射波的传播距离为卫星到目标的距离 R_T 与目标到接收站的距离 R_R 之和,称为距离和 $R_T + R_R$ 。由于两个信号的传播路径不同,信号形式相同,故接收机对两个信号做互相关操作,可得到一个时间差 Δt ,乘以光速 c ,则可获得卫星信号不同传播路径的距离差,即 $c\Delta t = R_T + R_R - L$ 。直达波路径长度 L 通过导航系统本身能力能够准确获知。基于以上测量信息,可获得距离和 $R = R_T + R_R = c\Delta t + L$ 。信号处理流程如图 2。

现有全球卫星导航系统采用频分多址和码分多址等接入方式,地面无源雷达接收站通过频率和编码匹配,能够准确判断信号来自哪颗卫星(星上已事先分配好频率和编码),从而利用多颗卫星信号的直达波和来自同一个目标的反射波得到多组距离和,进而建立方程组,联立求解实现目标的定位,具体见下一节。

2 多发多收距离和定位方法

假定有 N 颗卫星, M 个接收站,第 i 颗卫星位置为 $T_i = X_{Ti} = [x_{Ti}, y_{Ti}, z_{Ti}]^T$, $i = 1, 2, \dots, N$,第 j 个接收站位置为 $R_j = X_{Rj} = [x_{Rj}, y_{Rj}, z_{Rj}]^T$, $j = 1, 2, \dots, M$,目标位置为 $X = [x, y, z]^T$ 。第 i 颗卫星与第 j 个接收站间的基线长为 L_{ij} ,目标到第 i 颗卫星的距离为 R_{Ti} ,目标到第 j 个接收站的距离为 R_{Rj} 。

在如图 3 所示的 N 发 M 收系统中,能够获得 $N \times M$ 个距离和信息,基于多个距离和信息,可确定目标位置。接收站获

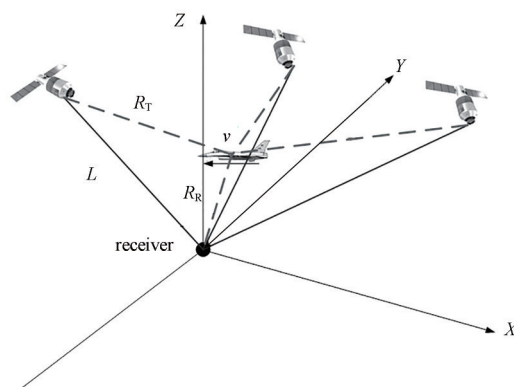


Fig.1 Diagram of GNSS-based passive radar system
图 1 基于 GNSS 的无源雷达系统结构图

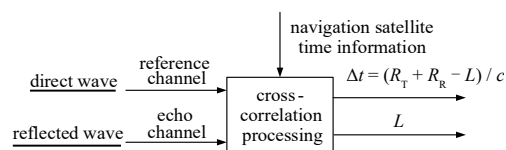


Fig.2 Signal processing
图 2 信号处理流程

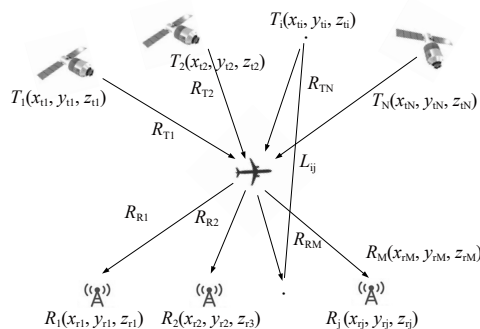


Fig.3 Diagram of multi-transmit multi-receive system
图 3 多发多收系统结构图

得的反射波与直达波的距离差表示为：

$$r_{ij} = c\Delta t_{ij} = R_{Ti} + R_{Rj} - L_{ij} \quad (1)$$

式中： r_{ij} 为对应第 i 颗卫星与第 j 个接收站的目标反射波与直达波路径差； Δt_{ij} 为对应第 i 颗卫星与第 j 个接收站目标反射波与直达波时延差； c 为光速。

令 R_{ij} 表示卫星到目标与目标到接收站的距离之和，则 $R_{ij} = R_{Ti} + R_{Rj}$

含有目标位置的距离和表达式为：

$$R_{Ti} + R_{Rj} = \sqrt{(x-x_{Ti})^2 + (y-y_{Ti})^2 + (z-z_{Ti})^2} + \sqrt{(x-x_{Rj})^2 + (y-y_{Rj})^2 + (z-z_{Rj})^2} \quad (2)$$

写成向量形式为：

$$R_{ij} = R_{Ti} + R_{Rj} = \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_{Ti}\| + \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_{Rj}\| \quad (3)$$

式中 $\|\cdot\|$ 为 2-范数。

化简为：

$$2\mathbf{X}^T(\mathbf{X}_{Ti} - \mathbf{X}_{Rj}) = 2R_{ij}R_{Rj} - R_{ij}^2 - (\mathbf{X}_{Rj} - \mathbf{X}_{Ti})^T(\mathbf{X}_{Rj} + \mathbf{X}_{Ti}) \quad (4)$$

则可得到方程组

$$\begin{cases} 2\mathbf{X}^T(\mathbf{X}_{T1} - \mathbf{X}_{R1}) = 2R_{11}R_{R1} - R_{11}^2 - (\mathbf{X}_{R1} - \mathbf{X}_{T1})^T(\mathbf{X}_{R1} + \mathbf{X}_{T1}) \\ 2\mathbf{X}^T(\mathbf{X}_{T1} - \mathbf{X}_{R2}) = 2R_{12}R_{R2} - R_{12}^2 - (\mathbf{X}_{R2} - \mathbf{X}_{T1})^T(\mathbf{X}_{R2} + \mathbf{X}_{T1}) \\ \vdots \\ 2\mathbf{X}^T(\mathbf{X}_{TN} - \mathbf{X}_{RM}) = 2R_{NM}R_{RM} - R_{NM}^2 - (\mathbf{X}_{RM} - \mathbf{X}_{TN})^T(\mathbf{X}_{RM} + \mathbf{X}_{TN}) \end{cases} \quad (5)$$

联立 $N \times M$ 个方程，可求解目标位置。

实际测量中卫星信号到达接收机的时间含有误差，即距离和测量误差及时间同步误差；同时在目标定位过程中将发射机和接收机位置坐标作为已知条件，故站址误差也影响定位结果。表示目标位置的三个未知参数可通过联立三个距离和方程求解。若卫星数量 $N > 3$ 或接收站数量 $M > 3$ ，则会获得比未知参数多的方程数目。此时应用牛顿迭代算法进行定位，该算法的初值选取较为关键，可根据文献[1]中给出的多发一收的目标定位算法，先选取三个距离和方程求得目标位置初始值。由于各个方程中参数精度未知，故先随机选取三个方程求解目标位置，将其作为迭代初始值代入迭代矩阵，最终求出小于误差的收敛解。

3 GNSS 参数测量能力

通过分析可知，影响无源雷达定位性能的因素包括距离和测量误差、时间同步误差和雷达站址误差，其中，雷达站址误差可利用 GNSS 定位精度来衡量。目前，世界上有四大卫星导航系统，表 1 给出了它们各自的信号特性和定位精度。可以看出其时间同步精度比较接近，在 20 ns 左右，而定位精确度存在较大差别，最高可达亚米级，这对基于 GNSS 的无源雷达的时间同步和位置测量是极为有利的。

单个接收站距离测量理论误差表示为：

$$\sigma_R = \frac{c}{B\sqrt{D_0}} \quad (6)$$

式中： c 为光速； B 为信号带宽； D_0 为信噪比。

将各导航系统的工作带宽代入以上表达式（北斗选择 B3 频点），得到信噪比为 15 dB 时的测距精度，如图 4 所示，可以看出对于北斗与 GLONASS，单个接收站的测距精确度达到米级，对于 GPS 与伽利略系统，测距精确度在几十米。系统的同步误差约 20 ns，对应的距离测

表 1 各导航系统定位精度

Table 1 Positioning accuracy of each navigation system

system	frequency /MHz	bandwidth /MHz	synchronization accuracy/ns	positioning accuracy/m
GPS	L1:1575.42	1.023	20	0.3-5
	L2:1227.60			
	L5:1176.45			
BeiDou	B1:1561.098	4.092	20	approximately 3.6 (global) 2.6 (Asia Pacific) 0.1 (encrypted)
	B2:1207.52	4.092		
	B3:1268.52	20.46		
GLONASS	L1:1602.5625	8	20	2.8-7.38
	L2:1246.4375			
Galileo	L1:1575.42	2.046	25	1(free) 0.01(paid)
	E5a:1176.45			
	E5b:1207.140			

量误差约为 6 m，综合的距离误差为测距误差与同步误差之和，可知北斗系统的距离误差最小，约为 10 m。雷达站址坐标可通过经纬仪或导航卫星定位得到，利用经纬仪测量的误差 e_x 、 e_y 约为 5~8 m， e_h 约为 1 m。若利用导航卫星进行定位，则可从表 1 中获知定位精度。综上，将影响雷达系统定位精度的各部分误差总结在表 2 中，可为后续的仿真提供符合实际的误差参数。

4 定位精确度分析

4.1 GDOP 分析

几何精度因子反映了系统对探测点的定位性能，描述了测量误差与定位精确度之间相对几何关系的影响。对距离和表达式(2)求微分：

$$dR_{ij} = (F_{u1} + F_{vj1})dx + (F_{u2} + F_{vj2})dy + (F_{u3} + F_{vj3})dz - k_{ui} - k_{vj} \quad (7)$$

式中： $k_{ui} = F_{u1}dx_u + F_{u2}dy_u + F_{u3}dz_u$ ， $k_{vj} = F_{vj1}dx_{vj} + F_{vj2}dy_{vj} + F_{vj3}dz_{vj}$ ， $i = 1, 2, \dots, N$ ， $j = 1, 2, \dots, M$ 。

其中，

$$\begin{cases} F_{u1} = \frac{\partial R_{Ti}}{\partial x} = \frac{x - x_{ui}}{R_{Ti}} \\ F_{u2} = \frac{\partial R_{Ti}}{\partial y} = \frac{y - y_{ui}}{R_{Ti}} \\ F_{u3} = \frac{\partial R_{Ti}}{\partial z} = \frac{z - z_{ui}}{R_{Ti}} \end{cases}, \begin{cases} F_{vj1} = \frac{\partial R_{Rj}}{\partial x} = \frac{x - x_{vj}}{R_{Rj}} \\ F_{vj2} = \frac{\partial R_{Rj}}{\partial y} = \frac{y - y_{vj}}{R_{Rj}} \\ F_{vj3} = \frac{\partial R_{Rj}}{\partial z} = \frac{z - z_{vj}}{R_{Rj}} \end{cases}$$

转换为矩阵方程，可写为：

$$dR_S = A dX - (B_1 dX_{u1} + \dots + B_i dX_u + \dots + B_N dX_{uN}) - (C_1 dX_{r1} + \dots + C_j dX_{rj} + \dots + C_M dX_{rM}) \quad (8)$$

式中： $dR_S = [dR_{11}, \dots, dR_{1M}, \dots, dR_{NM}]^T$ ； $dX = [dx \ dy \ dz]^T$ ； $dX_u = [dx_u \ dy_u \ dz_u]^T$ ， $dX_{ri} = [dx_{ri} \ dy_{ri} \ dz_{ri}]^T$ ； $i = 1, 2, \dots, N$ ， $j = 1, 2, \dots, M$ 。

$$A = \begin{bmatrix} F_{t11} + F_{r11} & F_{t12} + F_{r12} & F_{t13} + F_{r13} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{t11} + F_{rM1} & F_{t12} + F_{rM2} & F_{t13} + F_{rM3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{tN1} + F_{rM1} & F_{tN2} + F_{rM2} & F_{tN3} + F_{rM3} \end{bmatrix}_{NM \times 3}, \quad B_i = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}_{NM \times 3} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M \times 3} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} F_{t11} & F_{t12} & F_{t13} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{t11} & F_{t12} & F_{t13} \end{bmatrix}_{M \times 3} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{M \times 3} \end{bmatrix}$$

表示仅 b_i 构成全矩阵的非零项， i

的取值不同时，非零矩阵的相应位置改变， $C_j = \begin{bmatrix} c_{M \times 3} \\ \vdots \\ c_{M \times 3} \\ \vdots \\ c_{M \times 3} \end{bmatrix}_{NM \times 3}$ ，

$$c_{M \times 3} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_j \\ \vdots \\ c_M \end{bmatrix}_{M \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{vj1} & F_{vj2} & F_{vj3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M \times 3}$$

表示仅 c_j 构成全矩阵的非零项， j 的取值不同时，非零矩阵的相应位置改变。

可解得目标定位误差为

$$dX = A^{-1} dR_S + A^{-1} (B_1 dX_{u1} + \dots + B_i dX_u + \dots + B_N dX_{uN}) + A^{-1} (C_1 dX_{r1} + \dots + C_j dX_{rj} + \dots + C_M dX_{rM}) \quad (9)$$

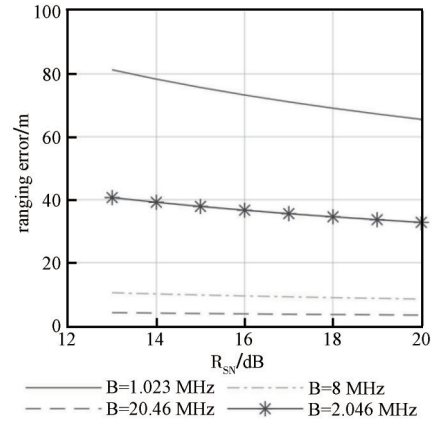


Fig.4 Relationship between ranging error and signal-to-noise ratio
图4 测距误差与信噪比的关系

表 2 雷达系统误差

Table 2 Radar system error

error factor	receiver	satellite	distance($R_T + R_R$)
	coordinates	coordinates	
error / m	5-8	5-8	about 10 (BeiDou)

令 $\mathbf{D}=\mathbf{A}^{-1}$, $\mathbf{E}_i=\mathbf{D}\mathbf{B}_i$, $\mathbf{F}_j=\mathbf{D}\mathbf{C}_j$

则定位误差协方差矩阵为:

$$\mathbf{P}_{dX}=E[d\mathbf{X}d\mathbf{X}^T]=\mathbf{D}\mathbf{P}_{dR_s}\mathbf{D}^T+(\mathbf{E}_1\mathbf{P}_{dX_{i1}}\mathbf{E}_1^T+\cdots+\mathbf{E}_i\mathbf{P}_{dX_{i_i}}\mathbf{E}_i^T+\cdots+\mathbf{E}_N\mathbf{P}_{dX_{iN}}\mathbf{E}_N^T)+(\mathbf{F}_1\mathbf{P}_{dX_{r1}}\mathbf{F}_1^T+\cdots+\mathbf{F}_j\mathbf{P}_{dX_{rj}}\mathbf{F}_j^T+\cdots+\mathbf{F}_M\mathbf{P}_{dX_{rM}}\mathbf{F}_M^T)(10)$$

其中, $\mathbf{P}_{dX_{i_i}}=E[d\mathbf{X}_{i_i}d\mathbf{X}_{i_i}^T]$, $\mathbf{P}_{dX_{r_j}}=E[d\mathbf{X}_{r_j}d\mathbf{X}_{r_j}^T]$, $\mathbf{P}_{dR_s}=E[d\mathbf{R}_s d\mathbf{R}_s^T]$ 。

系统的几何精度因子为:

$$GDOP=\sqrt{\text{trace}(\mathbf{P}_{dX})}=\sqrt{\mathbf{P}_{dX}(1,1)+\mathbf{P}_{dX}(2,2)+\mathbf{P}_{dX}(3,3)}(11)$$

式中: $\mathbf{P}_{dX}(1,1)$ 表示定位误差协方差矩阵第一行第一列元素。

4.2 定位误差克劳美罗下界(CRLB)

假定距离和 $\mathbf{R}_s=[R_{11}, \dots, R_{1N}, \dots, R_{NM}]^T$ 、卫星位置 $\mathbf{X}_i=[X_{i1}, \dots, X_{iN}]^T$ 与接收站位置 $\mathbf{X}_r=[X_{r1}, \dots, X_{rM}]^T$ 测量值为相互独立的高斯分布, 则定位观测模型可表示为

$$\begin{cases} R_{ij}=R_{ij}^0+dR_{ij} \\ \mathbf{X}_{i_i}=\mathbf{X}_{i_i}^0+d\mathbf{X}_{i_i} \\ \mathbf{X}_{r_j}=\mathbf{X}_{r_j}^0+d\mathbf{X}_{r_j} \end{cases}(12)$$

式中: R_{ij}^0 为真实距离和; $\mathbf{X}_{i_i}^0$ 与 $\mathbf{X}_{r_j}^0$ 为真实的卫星与接收站位置。距离和的测量误差协方差阵为 \mathbf{P}_{dR_s} , 卫星位置测量误差协方差阵为 $\mathbf{P}_{dX_{i_i}}$, 接收站位置测量误差协方差阵为 $\mathbf{P}_{dX_{r_j}}$ 。令观测向量 $\mathbf{V}=[\mathbf{R}_s^T \mathbf{X}_i^T \mathbf{X}_r^T]^T$, 未知参数 $\boldsymbol{\varphi}$ 为目标位置、辐射源位置与接收站真实位置构成的矩阵 $\boldsymbol{\varphi}=[\mathbf{X}^T \mathbf{X}_i^{0T} \mathbf{X}_r^{0T}]^T$, 待估计参数 $\boldsymbol{\theta}=\mathbf{X}$, 则未知参数 $\boldsymbol{\varphi}$ 估计方差的克劳美罗下界可表示为:

$$\text{CRLB}(\boldsymbol{\varphi})=\mathbf{J}^{-1}=\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{XX} & \mathbf{J}_{XX_{i1}} & \cdots & \mathbf{J}_{XX_{iN}} & \mathbf{J}_{XX_{r1}} & \cdots & \mathbf{J}_{XX_{rM}} \\ \mathbf{J}_{XX_{i1}}^T & \mathbf{J}_{X_{i1}X_{i1}} & \cdots & \mathbf{J}_{X_{i1}X_{iN}} & \mathbf{J}_{X_{i1}X_{r1}} & \cdots & \mathbf{J}_{X_{i1}X_{rM}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{J}_{XX_{rM}}^T & \mathbf{J}_{X_{r1}X_{rM}} & \cdots & \mathbf{J}_{X_{iN}X_{rM}} & \mathbf{J}_{X_{r1}X_{rM}} & \cdots & \mathbf{J}_{X_{rM}X_{rM}} \end{bmatrix}_{(N+M+1)\times(N+M+1)}^{-1}(13)$$

式中:

$$\mathbf{J}_{XX}=(\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}})(14)$$

$$\mathbf{J}_{XX_{i_i}}=(\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{i_i}^0})(15)$$

$$\mathbf{J}_{X_{r_j}X_{r_j}}=(\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_j}^0})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_j}^0})(16)$$

$$\mathbf{J}_{X_{i_i}X_{i_k}}=\begin{cases} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{i_i}^0})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{i_i}^0})+(\mathbf{P}_{dX_{i_i}})^{-1} & i=k \\ (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{i_i}^0})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{i_k}^0}) & i \neq k \end{cases}(17)$$

$$\mathbf{J}_{X_{r_j}X_{r_k}}=\begin{cases} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_i}^0})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_i}^0})+(\mathbf{P}_{dX_{r_j}})^{-1} & j=k \\ (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_i}^0})^T (\mathbf{P}_{dR_s})^{-1} (\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}_{r_k}^0}) & j \neq k \end{cases}(18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_s}{\partial \mathbf{X}}=[G_{11}(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{1M}(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{NM}(\boldsymbol{\theta})]^T(19)$$

$$G_{ij}(\boldsymbol{\theta})=[\frac{x-x_{i_i}}{R_{T_i}}+\frac{x-x_{r_j}}{R_{R_j}} \quad \frac{y-y_{i_i}}{R_{T_i}}+\frac{y-y_{r_j}}{R_{R_j}} \quad \frac{z-z_{i_i}}{R_{T_i}}+\frac{z-z_{r_j}}{R_{R_j}}]^T(20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_S}{\partial \mathbf{X}_u^0} = [G_{11}^t(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{1M}^t(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{NM}^t(\boldsymbol{\theta})]^T \quad (21)$$

$$G_{ij}^t(\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} [-\frac{x-x_{ij}}{R_{r_i}} & -\frac{y-y_{ij}}{R_{r_i}} & -\frac{z-z_{ij}}{R_{r_i}}]^T & k=i \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & k \neq i \end{cases} \quad (22)$$

$j = 1, 2, \dots, M$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_S}{\partial \mathbf{X}_j^r} = [G_{11}^r(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{1M}^r(\boldsymbol{\theta}), \dots, G_{NM}^r(\boldsymbol{\theta})]^T \quad (23)$$

$$G_{ik}^r(\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} [-\frac{x-x_{ij}}{R_{R_j}} & -\frac{y-y_{ij}}{R_{R_j}} & -\frac{z-z_{ij}}{R_{R_j}}]^T & k=j \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & k \neq j \end{cases} \quad (24)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

定义 $CRLB = \sqrt{\text{trace}(CRLB(\boldsymbol{\theta}))}$ 。若不考虑站址误差, $CRLB = (\mathbf{J}_{XX})^{-1}$; 若考虑站址误差, $CRLB = [\mathbf{J}^{-1}]_{3 \times 3}$, 即式(13)的左上角 3×3 矩阵, 其中, $CRLB_x = CRLB(1, 1)$, $CRLB_y = CRLB(2, 2)$, $CRLB_z = CRLB(3, 3)$ 。

5 仿真分析

5.1 航迹仿真验证

假定各接收站的距离和测量误差均值为零, 均方根误差为 10 m, 忽略站址误差, 对三发两收探测模式进行定位能力分析。接收机位置为(0,0,0)与(100,0,0) km, 卫星辐射源选取表 4 中的前三颗。假定航迹为 $z=y+x$, $x, y \in (1\ 000, 10\ 000)$ m, 取样间隔为 500 m, 应用牛顿迭代法进行目标定位求解, 每点迭代次数为 100 次, 结果如图 5 和图 6 所示。可见定位误差在 40 m 以内, 误差均值约为 16 m, 具有良好的定位性能。若可使用的卫星数量多于三个, 牛顿迭代的初值计算可选取距离和测量精确度较高的三颗卫星, 以获得较接近真实目标位置的初值。由于实际中每点的多次迭代会降低雷达系统实时性及增加计算复杂度, 故选取一个合适的迭代初值很有必要, 可减少每点的迭代次数。

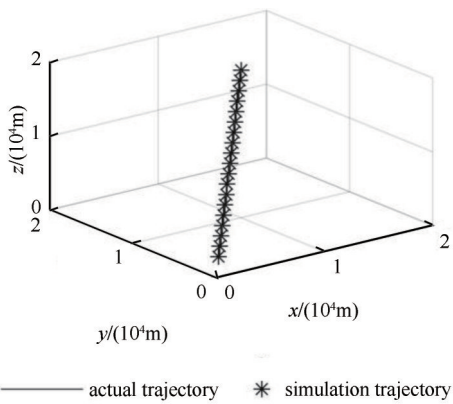


Fig.5 Schematic diagram of trajectory
图5 轨迹示意图

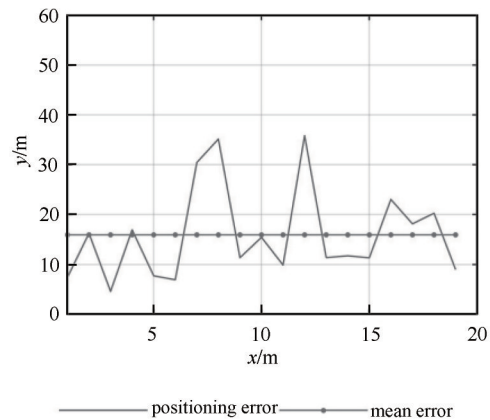


Fig.6 Trajectory error
图6 轨迹误差

5.2 多发多收 GDOP 仿真

本节仿真分析对比不同配置条件下探测系统的 GDOP 分布。接收机位置为(-100,0,0.3)与(100,0,0.3) km, 卫星坐标参数如表 4 所示, 按顺序选取, 该卫星坐标是由中轨道(Medium Earth Orbit, MEO)卫星的大地坐标(Geodetic Coordinates, GC)经过转换得到的东北天坐标(ENU)。距离和测量误差、卫星位置误差及接收站位置误差设置为服从零均值的高斯分布, 协方差阵分别为 $\mathbf{P}_{dR_S} = \sigma_S^2 \mathbf{I}_{NM \times NM}$, $\mathbf{P}_{dX_u} = \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, $\mathbf{P}_{dX_j} = \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$ 。

令 $\sigma_S = 10$ m, $\sigma_r = 5$ m, 忽略卫星位置误差, 仿真得到不同探测系统的 GDOP 分布图, 目标平面高度为 10 km, 如图 7、8、9 所示。各系统 GDOP 小于 15 m 的覆盖率分别为 37.64%, 70.52% 和 85.71%, 可知此时卫星数

目越多，定位性能越好，但同样是增加一颗卫星，定位精确度的改善程度是减弱的，所以卫星数量还需要针对具体的应用场景进行选取。

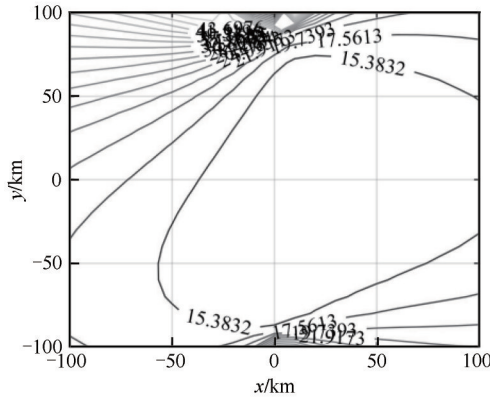


Fig.7 GDOP in two receivers and three transmitters configurations
图7 两收三发 GDOP 图

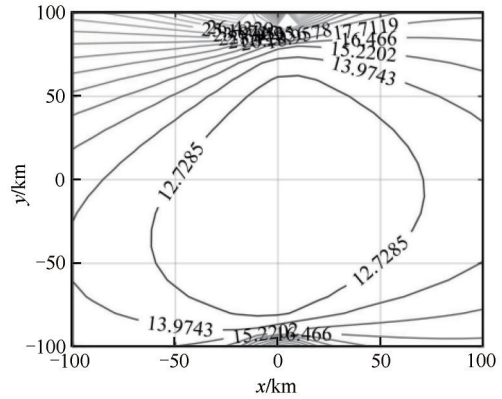


Fig.8 GDOP in two receivers and four transmitters configurations
图8 两收四发 GDOP 图

选取目标位置(10 000,15 000,20 000) m，图 10 显示了两发多收无源雷达的 GDOP 变化趋势，可见随着卫星数量的增长，GDOP 的取值逐渐减小，当卫星数量增长到 8 颗时，定位性能的改善程度逐渐降低。实际中按照应用需求适当选取卫星数量即可，过多的卫星亦增加了无源雷达系统的复杂度。

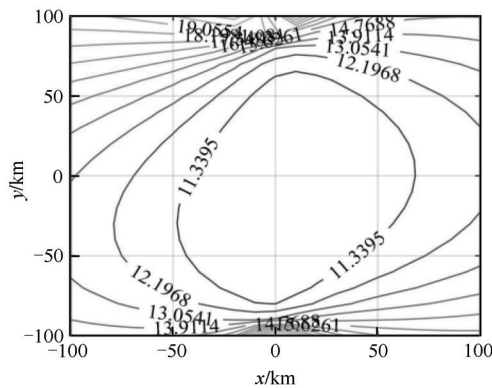


Fig.9 GDOP in two receivers and five transmitters configurations
图9 两收五发 GDOP 图

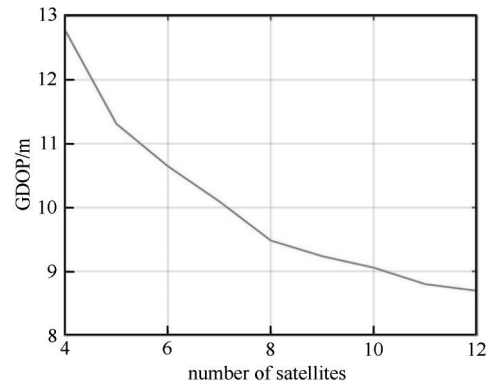


Fig.10 Positioning accuracy map under different positioning configurations and different numbers of satellites
图10 不同定位配置不同卫星数目下的定位精度图

5.3 多发多收 CRLB 仿真

本节仿真分析不同卫星、接收站数量对定位精度的影响，卫星与接收站坐标参数如表 3 和表 4 所示，选定目标位置(10 000,15 000,20 000) m，各误差源均服从零均值的高斯分布。

首先，令 $\sigma_s=10$ m，其余误差为零，得到不同卫星数量下的 CRLB 如图 11 所示。由结果可知，随着卫星个数从 4 到 12 的增长，卫星数量更多的系统在定位能力方面的优势更加突出。当卫星个数增加到 6 个时，配置 5 个接收站的系统的 CRLB 为 14.6 m，相比同等条件下配置 4 个接收站的系统，定位性能提升了 10.6%，比配置 3 个接收站的系统定位性能提升了 22.5%，且前述增长关系适用于任意卫星个数。当卫星个数增长到 8 颗时，后续卫星数量的增长带来的定位精度的改善不太明显。

其次，令 $\sigma_s=10$ m， $\sigma_r=5$ m，忽略卫星位置误差，得到的目标位置估计 CRLB 如图 12 所示。可知，此时 CRLB 的值仍随卫星数量的增加而减小，但是整体相较无接收站位置误差情况下的取值有一定上升，说明定位性能有所下降，而此时接收机数量的增长带来的定位性能增益相比图 11 几乎不变，可见接收站位置误差的加入未

表 3 接收站直角坐标系参数

Table3 Rectangular coordinate system parameters of receiving station

number of receiving stations	coordinate parameters (km)
3	$(50\sqrt{3}, -150.0.3)(50\sqrt{3}, 150.0.3)(-100\sqrt{3}, 0.0.3)$
4	$(0, 0.0.3)(50\sqrt{3}, -150.0.3)(50\sqrt{3}, 150.0.3)(-100\sqrt{3}, 0.0.3)$
5	$(0, 0.0.3)(50\sqrt{3}, -150.0.3)(50\sqrt{3}, 150.0.3)(-50\sqrt{3}, -150.0.3)(-50\sqrt{3}, 150.0.3)$

影响定位能力提升的数值。

最后，令 $\sigma_s=10\text{ m}$ ， $\sigma_t=5\text{ m}$ ， $\sigma_r=5\text{ m}$ ，仿真结果如图 13。由结果可知，目标位置估计 CRLB 随卫星个数增加而降低，当卫星个数增加到 6 个时，配置 5 个接收站的系统 CRLB 为 22.2 m，相比同等条件下配置 4 个接收站的 CRLB 提升了 5.3%，比配置 3 个接收站的 CRLB 提升了 12.5%，故适当增加接收站个数可提高定位精度。与仅考虑接收站位置误差时相比，大小相同的卫星坐标误差对 CRLB 的影响程度更大，即 CRLB 值提升程度更大，故应尽量提高卫星坐标测量精确度。

综合以上分析，可以得到如下结论：

1) 卫星数量由 4 增长为 5 时，定位性能的提升最为明显，而增长到一定数量时，定位性能增势变得不明显，如卫星数量达到 8 以后，定位精度的增势逐渐平稳。实际中按照应用需求适当选取卫星数量即可，数量过多会使系统过于复杂；

2) 忽略卫星位置误差时，不同接收站数量下的 CRLB 曲线是平行的，说明虽然卫星数量不同，但接收站数量增长提高的定位精确度百分比大小相等；

3) 由图 14 可知，当卫星位置误差 σ_t 的取值逐渐增加时，不同接收站数量下的 CRLB 曲线间距逐渐减小，趋近重合，接收站数量增长带来的定位性能的提升逐渐被削弱；

4) 相等的卫星位置误差比接收站位置误差对 CRLB 的影响大，故实际中应尽量减小卫星位置测量误差。

表 4 卫星直角坐标系参数

Table 4 Cartesian coordinate system parameters of satellite

	coordinate parameters/($\times 10^7\text{m}$)		
Satellite 1	(-1.308 7	-1.274 9	1.292 0)
Satellite 2	(-0.940 1	0.178 1	1.841 9)
Satellite 3	(-0.230 9	1.568 6	1.495 4)
Satellite 4	(-0.454 5	-1.494 8	1.511 8)
Satellite 5	(-0.326 5	0.020 2	1.999 8)
Satellite 6	(-0.080 2	1.529 8	1.534 2)
Satellite 7	(0.454 5	-1.494 8	1.511 8)
Satellite 8	(0.326 5	0.020 2	1.999 8)
Satellite 9	(0.080 2	1.529 8	1.534 2)
Satellite 10	(1.308 7	-1.274 9	1.292 0)
Satellite 11	(0.940 1	0.178 1	1.841 9)
Satellite 12	(0.230 9	1.568 6	1.495 4)

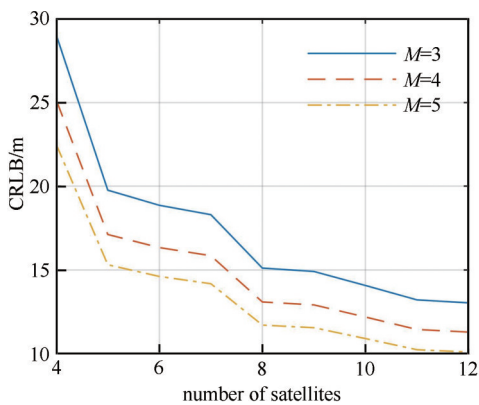


Fig.11 CRLB without site error
图 11 无站址误差时的 CRLB

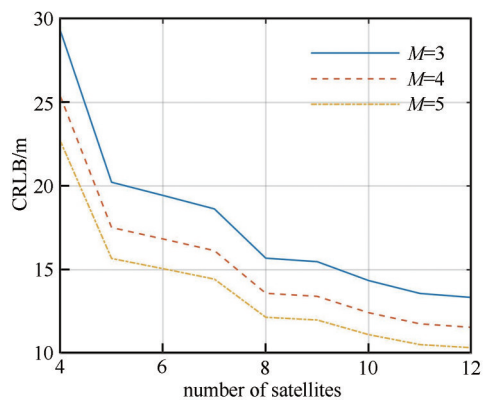


Fig.12 CRLB with receiving station position error
图 12 含接收站位置误差时的 CRLB

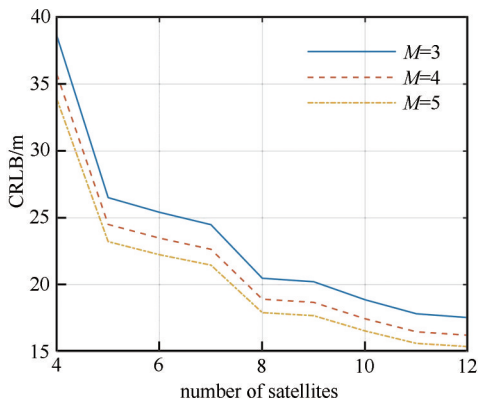


Fig.13 CRLB with receiving station error and satellite position error ($\sigma_t=5\text{ m}$)
图 13 含接收站、卫星位置误差时的 CRLB

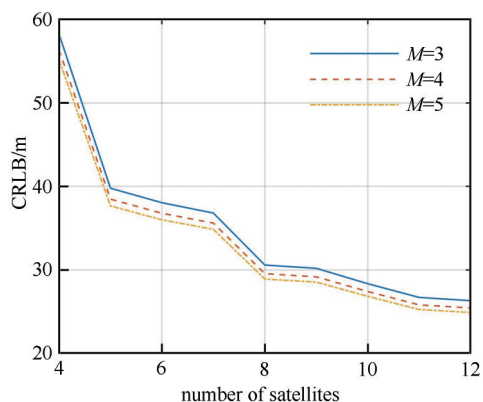


Fig.14 CRLB with receiving station error and satellite position error ($\sigma_t=10\text{ m}$)
图 14 含接收站、卫星位置误差时的 CRLB

6 结论

本文针对由多个辐射源(卫星)和多部接收机构成的多发多收系统阐述了基于距离和的目标定位方法,给出了衡量定位精确度的 GDOP 及 CRLB,分析了目标定位能力,文中分析方法可直接推广用于更一般的无源定位的误差下界分析。仿真结果说明适当增加卫星辐射源与接收站数量能够提升系统定位精度,而且可利用定位精确度公式定量分析接收站/卫星辐射源数量的增长对定位性能的改善程度。为了提高无源雷达的探测性能,研究无源雷达的定位技术及定位性能具有现实意义,对 CRLB 的分析能说明定位算法的性能边界,为实际中应用场景的选取提供理论依据,仿真得到的结论可作为基于 GNSS 的无源雷达系统提升定位效果的布站方式的参考。

全球卫星导航系统全天时、全天候覆盖全球,为地面利用该辐射源的无源雷达系统提供了用之不竭的能量,可作为天然辐射源构建全域覆盖的无源雷达探测网络,特别是我国的北斗导航系统逐步建成,卫星数量已超过 35 颗,定位精确度达到世界领先水平,研究基于 GNSS 的无源雷达目标探测与定位更具实际意义。后续工作中将进一步针对实际目标定位性能进行实验研究。

参考文献:

- [1] MA H, ANTONIOU M, STOVE A G, et al. Maritime moving target localization using passive GNSS-based multistatic radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(8):4808–4819. doi:10.1109/TGRS.2018.2838682.
- [2] KAISER S A, CHRISTIANSON A J, NARAYANAN R M. Multistatic Doppler estimation using global positioning system passive coherent location[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(6):2978–2991. doi:10.1109/TAES.2019.2899771.
- [3] ANTONIOU M, STOVE A G, TZAGKAS D, et al. Marine target localization with passive GNSS-based multistatic radar: experimental results[C]// 2018 International Conference on Radar(RADAR). Brisbane, Australia: [s. n.], 2018: 27–31. doi: 10.1109/RADAR.2018.8557331.
- [4] KAISER S A, CHRISTIANSON A J, NARAYANAN R M. Global positioning system processing methods for GPS passive coherent location[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(9):1406–1416. doi:10.1049/iet-rsn.2017.0010.
- [5] KOCH V, WESTPHAL R. New approach to a multistatic passive radar sensor for air/space defense[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 1995, 10(11):24–32. doi:10.1109/62.473409.
- [6] 杨进佩, 刘中, 朱晓华. 用于无源雷达的 GPS 卫星信号性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2007(5):1083–1086. (YANG Jinpei, LIU Zhong, ZHU Xiaohua. The performances analysis of GPS signals for passive radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007(5):1083–1086.)
- [7] CHOW Yii Pui. Large scale antenna array for GPS bistatic radar[D]. South Australia: the University of Adelaide, 2017.
- [8] SUBERVIOLA I, MAYORDOMO I, MENDIZABAL J. Experimental results of air target detection with a GPS forward-scattering radar[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, 9(1):47–51. doi:10.1109/LGRS.2011.2159477.
- [9] 王卓群, 王驹, 李亚军, 等. 基于 GDOP 的四星时差定位精确度分析[J]. *太赫兹科学与电子信息学报*, 2020, 18(5):808–812, 819. (WANG Zhuoqun, WANG Ju, LI Yajun, et al. Precision analysis of four-satellite TDOA location based on Geometric Dilution of Precision[J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology*, 2020, 18(5):808–812, 819.) doi:10.11805/TKYDA2018158.
- [10] 左燕, 周夏磊, 蒋陶然. 传感器位置误差下外辐射源雷达三维定位代数解算法[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(3): 555–562. (ZUO Yan, ZHOU Xiaolei, JIANG Taoran. Algebraic solution for 3D localization of multistatic passive radar in the presence of sensor position errors[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(3):555–562.) doi:10.11999/JEIT190292.
- [11] 黄东华, 赵勇胜, 赵拥军. 发射站/接收站位置误差下无源雷达 DOA-TDOA 目标定位算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2020, 42(9):1961–1968. (HUANG Donghua, ZHAO Yongsheng, ZHAO Yongjun. Target localization algorithm from DOA-TDOA measurements in passive radar with transmitter and receiver position errors[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2020, 42(9):1961–1968.) doi:10.3969/j.issn.1001-506X.2020.09.11.
- [12] 蒋伊琳, 刘梦楠, 郜丽鹏, 等. 运动多站无源时差/频差联合定位方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(7):1441–1449. (JIANG Yilin, LIU Mengnan, GAO Lipeng, et al. Joint passive location method of TDOA and FDOA for moving multi-station[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(7):1441–1449.) doi:10.3969/j.issn.1001-506X.2019.07.02.