

文章编号: 2095-4980(2024)04-0419-05

基于矩阵束方法的传输线系统瞬态响应分析

张胤¹, 廖成^{*2}, 尚玉平², 杜伟²

(1.西南电子技术研究所, 四川 成都 610036; 2.西南交通大学 物理科学与技术学院, 四川 成都 610031)

摘要: 带有频变负载的传输线系统的瞬态响应分析是电磁兼容领域的一个重要内容, 特别是对于频变负载网络较为复杂或内部结构不清晰的情况, 其瞬态响应的分析较为困难。本文首先在采样频率点处对频变负载端口导纳进行测量或计算得到相应的采样导纳, 并采用有理函数逼近的方式对端口导纳进行等效; 之后采用矩阵束(MPM)方法求解出有理逼近函数所需的极点和留数, 并将其代入到分段线性递归卷积(PLRC)技术中, 实现传输线和频变负载连接点处电压的分段线性递归卷积表达; 最后, 结合传输线方程实现带有频变负载的传输线系统的瞬态响应分析, 并通过 2 个算例对所提方法的性能进行验证。结果表明, 所提方法在计算精确度上具有明显的优势。

关键词: 瞬态响应分析; 频变负载; 矩阵束方法; 分段线性递归卷积; 传输线系统

中图分类号: TN811

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2022070

Transient response analysis on the transmission line system based on matrix pencil method

ZHANG Yin¹, LIAO Cheng^{*2}, SHANG Yuping², DU Wei²

(1.Southwest China Institute of Electronic Technology, Chengdu Sichuan 610036, China;

2.School of Physical Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

Abstract: Transient response analysis of Transmission Line(TL) systems with frequency-dependent load is an important topic in the field of electromagnetic compatibility, especially for the situation where the frequency-dependent network is more complicated or the internal structure is not clear, the corresponding analysis of its transient response is more difficult. In this paper, firstly, the corresponding sampling values are obtained by measuring or calculating the admittances of the frequency-dependent loads at the sampling frequencies, and the equivalence of the admittances is performed by adopting the rational function approximation; then, the Piecewise Linear Recursive Convolution(PLRC) expression of the voltage at the connection point between the TL and frequency-dependent loads is obtained by bringing the poles and residues solved by Matrix Pencil Method(MPM) into the PLRC technique; finally, the transient response analysis of the TL system with frequency-dependent loads is obtained by combining the MPM, PLRC and TL equation, and the performance of the proposed method is verified by two numerical examples. The results illustrate that the proposed method has obvious advantages in calculation accuracy.

Keywords: transient response analysis; frequency-dependent load; Matrix Pencil Method; Piecewise Linear Recursive Convolution; transmission line system

传输线系统的瞬态响应问题是电磁兼容领域的重要研究内容。对于通过纯电阻接地的传输线系统, 采用传输线方程能够很好地实现对其瞬态响应特性的分析^[1]。但当负载具有频变特性时, 其瞬态响应分析的复杂度和难度会明显上升。状态变量方程是分析频变网络瞬态响应的经典方法, 并得到了广泛运用^[2], 其以频变网络中流经电感的电流和电容两端的电压作为状态变量构建方程组, 实现对频变网络内全部电感电流和电容电压的求解,

收稿日期: 2022-03-24; 修回日期: 2022-07-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61801405)

*通信作者: 廖成 email:c.liao@swjtu.edu.cn

并结合传输线方程,实现传输线系统瞬态响应问题的分析^[3-4]。频变网络内部电路较为简单时,状态变量方程相比于其他的方法具有明显的优势,不仅可以实现端口电压电流的求解,还能同时分析电路内部电感电容的瞬态响应。但当频变网络内部电路结构变得复杂甚至是未知时,状态变量方程组的构建变得非常困难甚至不能实现。对于这种情况,通过计算或测量频变网络端口在所有频点处的导纳值并代入传输线方程进行卷积处理是实现其瞬态分析的有效方法。但在目标频段较宽、所需计算的频率点过多时,这种做法对时间的占用较为严重。为减少实现频变网络端口等效导纳计算时间,文献[5]运用矢量拟合技术。但矢量拟合技术需要通过迭代计算确定一个初始极点,这无疑会导致时间的额外占用。

本文采用矩阵束方法(MPM)对频变网络的端口导纳进行拟合等效,求解出有理函数逼近所需要的极点和留数;之后,采用分段线性递归卷积(PLRC)技术代替常规的卷积处理,实现计算效率和精确度的提高;最后,结合传输线方程实现带有频变负载的传输线系统的瞬态响应分析。

1 目标方法

提出一种结合 MPM 和 PLRC 的方法实现端接复杂频变网络的传输线系统的瞬态分析。

1.1 频变负载端口电流电压关系的 PLRC 表示

对于端接频变负载的传输线,根据 PLRC 技术,在端口处的电流、电压关系可表示为:

$$I^n = (y_0 - \zeta_0)U^n + \zeta_0 U^{n-1} + \rho I^{n-1} \quad (1)$$

式中 U 和 I 表示传输线的电压和电流,且

$$y_m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} Y(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$\zeta_m = \frac{1}{\Delta t} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} (\tau - m\Delta t) Y(\tau) d\tau \quad (3)$$

$$\rho = \frac{y_{m+1}}{y_m} = \frac{\zeta_{m+1}}{\zeta_m} \quad (4)$$

式中: ρ 、 y_m 和 ζ_m 在 $m=0$ 时,即为式(1)的系数; τ 为时间; Δt 为时间步长。

对于一个线性系统,其端口导纳可用以下有理函数逼近:

$$Y(s) = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{s-a_i} + sh + g = \sum_{i=1}^N Y_i(s) + Y_0(s) \quad (5)$$

其时域表达为:

$$Y(t) = \sum_{i=1}^N R_i e^{a_i t} + \frac{\partial h}{\partial t} + g \quad (6)$$

式中: a 为极点; R 为留数; h 和 g 为实数。

同时,端口处的总电流也可以表示为对应于实数(下标 L_0)和复数(下标 L_i)两部分之和:

$$I_L^{n+1/2} = \sum_{i=0}^N I_{L_i}^{n+1/2} + I_{L_0}^{n+1/2} \quad (7)$$

根据式(1),电流 I_{L_i} 可写为:

$$I_{L_i}^{n+1/2} = \frac{I_{L_i}^{n+1} + I_{L_i}^n}{2} = \frac{[(y_0^i - \zeta_0^i)U_{Z_i}^{n+1} + \zeta_0^i U_{Z_i}^n + (\rho_i^0 + 1)I_{L_i}^n]}{2} \quad (8)$$

式中 U_Z 表示端口负载电压。

根据式(5)且考虑到

$$I_{L_0}(s) = (g + sh)U_Z(s) \quad (9)$$

可得

$$I_L^{n+1/2} = \left(\frac{g}{2} + \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^{n+1} + \left(\frac{g}{2} - \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^n \quad (10)$$

因此，端口处的总电流为：

$$I_L^{n+1/2} = \left(\frac{y_0 - \zeta_0}{2} + \frac{g}{2} + \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^{n+1} + \left(\frac{\zeta_0}{2} + \frac{g}{2} - \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^n + \frac{(\rho_0 + 1)}{2} I_L^n \quad (11)$$

式中： $y_0 = \sum_{i=1}^N y_0^i$ ； $\zeta_0 = \sum_{i=1}^N \zeta_0^i$ ； $\rho_0 = \sum_{i=1}^N \rho_{i0}$

1.2 连接处分布参数

对于频变网络，其在 s 域的端口导纳可通过计算或测量得到。但当所分析频段较宽、频率点过多时，采用直接计算或测量的方法十分耗时。MPM 方法是一种可根据采样数据高效准确地拟合恢复出目标信号的方法，对频变网络端口导纳的拟合分析具有可行性。根据 MPM，导纳可以由有理函数逼近，见式(5)~(6)。

在端口对频变负载的导纳进行采样，并将采样数据 $y(n)$ 组合成为 Hankel 矩阵：

$$Y = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \cdots & y(L) \\ y(1) & y(2) & \cdots & y(L+1) \\ & \vdots & \ddots & \\ y(N-L-1) & y(N-L) & \cdots & Y(N-1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

之后，根据文献[6]的分析流程，进行奇异值分解、低阶矩阵近似、广义特征值求解以及最小二乘法求解，可求解出式(5)中极点 a 和留数 R 。

1.3 传输线/频变负载连接处电压表达式

考虑传输线与频变负载相连的两种情况：传输线端接频变负载和传输线在中间位置经由频变负载接地。

1) 当传输线端接频变负载接地时，在终端处的传输线方程表达式为：

$$\frac{I_L^{n+1/2} - I_k^{n+1/2}}{\Delta x/2} + C \times \frac{U_{k+1}^{n+1} - U_{k+1}^n}{\Delta t} = 0 \quad (13)$$

式中： k 为传输线微元编号； Δx 为传输线微元长度； C 为电容。

结合式(11)，可得

$$\frac{2}{\Delta x} \left[\left(\frac{y_0 - \zeta_0}{2} + \frac{g}{2} + \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^{n+1} + \left(\frac{\zeta_0}{2} + \frac{g}{2} - \frac{h}{\Delta t} \right) U_Z^n + \frac{(\rho_0 + 1)}{2} I_L^n - I_k^{n+1/2} \right] + C \times \frac{U_{k+1}^{n+1} - U_{k+1}^n}{\Delta t} = 0 \quad (14)$$

同时，在始端通过集总激励的情况下，终端处根据戴维南电压定理得到 $U_{k+1} = U_Z$ ，则

$$U_{k+1}^{n+1} = \left(y_0 - \zeta_0 + g + \frac{2h}{\Delta t} + \frac{\Delta x C}{\Delta t} \right)^{-1} \left[\left(\frac{\Delta x C}{\Delta t} - \zeta_0 - g + \frac{2h}{\Delta t} \right) U_{k+1}^n - (\rho_0 + 1) I_L^n + 2I_k^{n+1/2} \right] \quad (15)$$

2) 当传输线中部通过频变负载接地时，根据戴维南电流定理得到连接点处的电压电流关系为：

$$U_{k+1}^{n+1} = U_{k+1}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} C^{-1} (I_{k+1}^{n+1/2} + I_L^{n+1/2} - I_k^{n+1/2}) \quad (16)$$

结合式(11)可得

$$U_{k+1}^{n+1} = \left[y_0 - \zeta_0 + g + \frac{2h}{\Delta t} + \frac{2\Delta x}{\Delta t} C \right]^{-1} \left[\left(\frac{2\Delta x}{\Delta t} C - \zeta_0 - g + \frac{2h}{\Delta t} \right) U_{k+1}^n - 2(I_{k+1}^{n+1/2} - I_k^{n+1/2}) - (\rho_0 + 1) I_L^n \right] \quad (17)$$

2 实例验证

采用频变负载位于传输线中间和终端的2个实例验证所提方法的有效性。

激励信号采用双指数函数，定义如下：

$$f(t) = 1.3(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (18)$$

式中： $\alpha = 4 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ ； $\beta = 6 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ 。

2.1 频变负载位于传输线终端

频变负载网络结构如图 1 所示，传输线参数为：线长 1 m，线高 0.02 m，半径 0.001 5 m。始端接电阻 50Ω ，其他相应的元件参数见表 1。

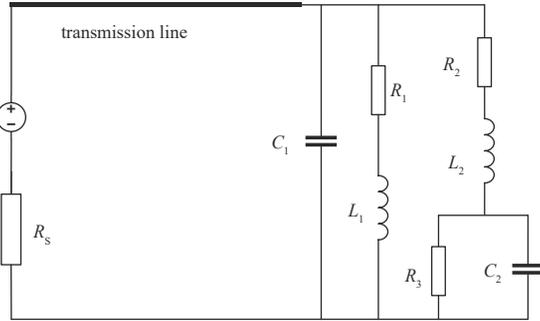


Fig.1 Transmission line system grounded by frequency-dependent load at the end
图 1 端接频变负载的传输线系统

表 1 频变网络中元件值

parameter	value
R_1/Ω	50
R_2/Ω	1
R_3/Ω	200
$L_1/\mu\text{H}$	1
$L_2/\mu\text{H}$	0.1
C_1/nF	1
C_2/nF	0.15

激励源从始端注入，端接频变负载的传输线系统始端和终端的响应电压曲线如图 2 所示。从图中曲线可以看出，所提方法的计算精确度与状态变量方程相比拟，与仿真结果吻合较好，计算精确度较高；采用直接卷积技术的计算结果与仿真结果呈现明显的差异，特别是随着信号持续时间的增加，这种差异愈加明显。这个现象与文献 [7] 中的结论一致，即相比于常规卷积技术，PLRC 技术具有更高的计算精确度。

2.2 频变负载位于传输线中部

频变负载网络连接在传输线结构的中间位置，结构如图 3 所示，传输线参数为：线长 2 m，线高 0.02 m，半径 0.001 5 m。始端和终端分别接电阻 50Ω ，其他相应的元件参数同表 1。

传输线始端 P_1 、终端 P_2 和连接点处 P_3 的瞬态电压曲线如图 4 所示，可以看出，所提 MPM 结合 PLRC 方法的计算结果与状态方程、仿真结果非常吻合，充分说明了本文所提方法的有效性。相比于矢量拟合技术，所采用的 MPM 不需要通过反复的迭代实现初始极点的确定，大大降低了时间消耗。

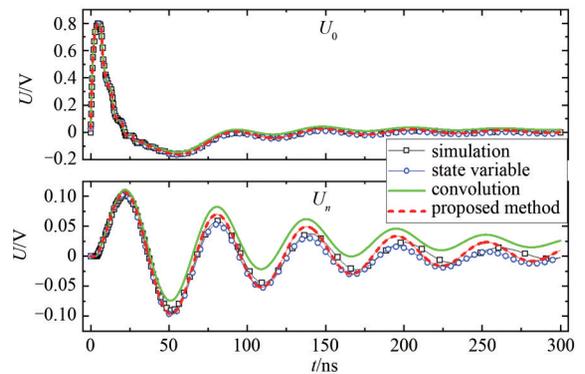


Fig.2 Transient voltage response curves at the near-end (U_0) and far-end (U_n) of the transmission line
图 2 传输线近端 (U_0) 和远端 (U_n) 的瞬态电压响应曲线

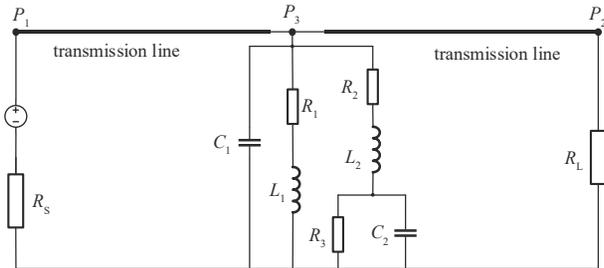


Fig.3 Schematic diagram of a transmission line system grounded through a frequency-variable load at the middle
图 3 频变网络位于传输线中部的示意图

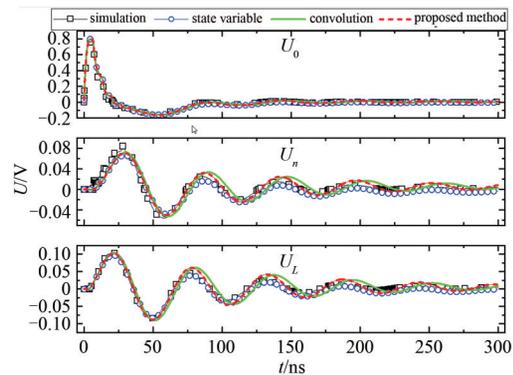


Fig.4 Transient voltage response curves at the near-end (U_0), far-end (U_n) and connection point (U_L) of the transmission line
图 4 传输线始端 (U_0)、终端 (U_n) 以及连接点处 (U_L) 的电压瞬态响应曲线

3 结论

为实现带有频变负载的传输线系统的瞬态响应分析,本文提出了一种结合MPM和PLRC技术的方法,不仅能够适用于内部电路结构复杂甚至是未知的频变网络瞬态响应的分析,而且能有效提升计算精确度和效率。

参考文献:

- [1] ZHANG Yin, LIAO Cheng, HUAN Rui, et al. Analysis of nonuniform transmission lines with a perturbation technique in time domain[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2020,62(2):542–548. doi:10.1109/TEMC.2019.2906251.
- [2] 纪锋,魏晓光,吴学光,等. 线性开关电路电磁暂态分析的状态方程法[J]. 中国电机工程学报, 2016,36(22):6028–6037. (JI Feng, WEI Xiaoguang, WU Xueguang, et al. State space method to analyze the electromagnetic transient of linear switching circuit[J]. Proceedings of the CSEE, 2016,36(22):6028–6037.) doi:10.13334/j.0258–8013.pcsee.151858.
- [3] ORLANDI A, PAUL C R. FDTD analysis of lossy, multiconductor transmission lines terminated in arbitrary loads[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1996,38(3):388–399. doi:10.1109/15.536069.
- [4] 吴振军,王丽芳,廖承林. 分析端接频变负载的多导体传输线FDTD新方法[J]. 物理学报, 2009,58(9):6146–6151. (WU Zhenjun, WANG Lifang, LIAO Chenglin. A novel FDTD method for multi-conductor transmission lines terminating in frequency-dependent loads[J]. Acta Physica Sinica, 2009,58(9):6146–6151.) doi:10.3321/j.issn:1000–3290.2009.09.043.
- [5] 王川川,贾锐,曾勇虎,等. 一种频变传输线系统电磁脉冲响应的数值算法[J]. 北京邮电大学学报, 2020,43(2):52–58. (WANG Chuanchuan, JIA Rui, ZENG Yonghu, et al. A numerical algorithm for the transient response of a frequency-dependent transmission line system excited by EMP[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2020,43(2):52–58.) doi:10.13190/j.jbupt.2019–080.
- [6] ZHANG Yin, LIAO Cheng, SHANG Yuping. Fast evaluation of lightning electromagnetic fields based on matrix pencil method in time domain[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2021,63(4):1029–1034. doi:10.1002/mop.32738.
- [7] XIA Fen, CHU Qingxin, KONG Yongdan, et al. The Adi-FDTD method including lumped networks using piecewise linear recursive convolution technique[J]. Progress in Electromagnetics Research M, 2013(30):67–77. doi:10.2528/PIERM13012816.

作者简介:

张胤(1994–),男,博士,工程师,主要研究方向为传输线暂态分析、天线理论与技术. email: zhangyinzyll@163.com.

廖成(1964–),男,博士,教授,主要研究方向为天线理论与技术、计算电磁学和电磁兼容理论与技术.

尚玉平(1985–),男,博士,副教授,主要研究方向为天线理论与技术.

杜伟(1993–),男,在读博士研究生,主要研究方向为电波传播.