

文章编号: 2095-4980(2024)04-0424-07

## 任意分布 ST 方法及其在随机场线耦合中的应用

张艺赢, 陈韦韦, 闫丽萍, 赵翔\*

(四川大学 电子信息学院, 四川 成都 610065)

**摘要:** 随机测试(ST)方法是一种不确定性量化方法, 已有的 ST 方法还不能处理具有任意分布随机变量的情况。通过 Gram-Schmidt 正交化算法为任意分布随机变量构建混沌多项式基底, 对 ST 方法进行拓展, 使其可用于任意分布随机变量的情况。将拓展后的 ST 方法用于传输线场线耦合分析中。在场线耦合的计算中, 由于辐射场的不确定性, 入射波极化角、方位角与仰角存在不确定性, 因此传输线的响应也呈现出不确定性, 导致随机场线耦合问题。针对输入参数服从任意分布的情况, 应用 ST 方法对传输线场线耦合响应进行不确定性量化。对模型的输出响应进行多项式混沌展开, 通过求解展开系数得到模型响应的统计信息。结合单随机变量和多随机变量场线耦合算例, 得到传输线电压响应的统计信息。最后对比蒙特卡罗模拟方法, 验证了 ST 方法的正确性和高效性。

**关键词:** 随机测试方法; 任意分布; 场线耦合; 蒙特卡罗模拟

中图分类号: TN811.3

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2023425

## Stochastic Testing method of arbitrary distributions and application in random field line coupling analysis

ZHANG Yiyong, CHEN Weiwei, YAN Liping, ZHAO Xiang\*

(College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610065, China)

**Abstract:** Stochastic Testing(ST) method is an uncertainty quantification method. The existing ST methods are still unable to handle situations with arbitrarily distributed variables. This paper uses the Gram-Schmidt orthogonalization algorithm to construct a chaotic polynomial basis for arbitrarily distributed random variables to extend ST method. The extended ST method is applied to the field line coupling analysis of transmission lines. In the calculation of field line coupling, due to the uncertainty of the radiation field, there is uncertainty in the polarization angle, azimuth angle, and elevation angle of the incident wave, resulting in uncertainty in the response of the transmission line, leading to the problem of random field line coupling. For the case where the input parameters follow an arbitrary distribution, ST method is applied to quantify the uncertainty of the coupling response of the transmission line field. Performing polynomial chaos expansion on the output response of the model and solving the expansion coefficients, statistical information of the model response is obtained. Combining the field line coupling examples of single random variable and multi-random variable, the statistical information of transmission line voltage response is obtained. Compared with Monte Carlo Simulation (MCS) method, the correctness and efficiency of the ST method are verified.

**Keywords:** Stochastic Testing method; arbitrary distribution; field line coupling; Monte Carlo Simulation

随机测试(ST)方法<sup>[1]</sup>是一种不确定性量化方法。该方法对系统响应进行多项式混沌展开, 根据在若干测试点上求解系统确定性模型方程而得到的系统响应样本来确定展开系数, 从而快捷地得到系统响应的统计信息。相

收稿日期: 2023-12-22; 修回日期: 2024-01-05

基金项目: 国家自然科学基金面上项目资助(61877041)

\*通信作者: 赵翔 email:zhaoxiang@scu.edu.cn

比侵入式多项式混沌方法<sup>[2]</sup>，该方法避免了修改原有确定性模型方程和重新开发求解器；相比蒙特卡罗模拟(MCS)方法<sup>[3]</sup>，该方法无需大量样本点，只需若干个测试点就可以得到系统输出的统计信息。在电子电气设备中，传输线是用来传递信息以及传输电磁能量的重要通道。由于电子电气设备的工作环境复杂多样，辐照传输线的入射波的参数往往呈现出随机不确定性，其服从的分布也多种多样，无法获取传输线电路响应的确定性信息，只能通过不确定性量化来获得电路响应的统计信息。此外，多种随机因素可能是同时变化的，这增加了问题的维度，获得的统计信息变得更加复杂。

2013年，ZHANG提出了一种侵入式ST方法，用于晶体管级模拟的不确定性量化<sup>[4]</sup>；2015年，Manfredi提出了一种非侵入式ST方法，并给出了具有25个随机参数的微波放大器的统计分析实例<sup>[5]</sup>；2020年，Gossye通过非侵入式ST方法量化了波导色散的不确定性<sup>[6]</sup>；杨蕾等提出一种计算随机电阻边界条件的时域传输线方程的多项式混沌分析方法<sup>[7]</sup>；2022年，Chordia将非侵入式ST方法用于射频电路的不确定度量化，并与其他多项式混沌方法进行了比较<sup>[8]</sup>。但上述文献基本采用服从正态分布、均匀分布等少数典型分布的随机变量，因此本文通过Gram-Schmidt正交化算法，将可应用的随机变量的分布类型扩展到任意分布，并针对不确定输入参数服从特殊分布的情况，通过ST方法对传输线场线耦合的电压响应进行不确定性量化。

## 1 适用于任意分布的ST方法

### 1.1 ST方法介绍

对系统模型输出 $Y$ 进行多项式混沌展开，并截断为有限项之和：

$$Y(\xi) \approx \sum_{n=0}^N c_n P_n(\xi) \quad (1)$$

式中： $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_d]$ 为由 $d$ 个相互独立的随机输入变量构成的向量； $(N+1)$ 为展开的项数； $c_n$ 为展开系数； $P_n$ 为混沌多项式基底，一般情况下可通过查Wiener-Askey表<sup>[9]</sup>得到。

为求展开系数 $c_n$ ，对 $\xi$ 进行采样，获得若干测试点 $\xi^{(m)} (m=0, 1, 2, \dots, N)$ 。获得测试点的步骤为<sup>[10]</sup>：

- 1) 对每个随机变量所对应的高于展开阶数一阶的混沌多项式进行求根操作；
- 2) 对这些根进行张量积组合。

在各测试点上计算模型产生的输出响应，得到一组矩阵方程：

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & \cdots & a_{0N} \\ & \ddots & \\ a_{N0} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中： $Y_n = Y(\xi^{(n)})$ ； $a_{mn} = P_m(\xi^{(n)}) (m, n=0, 1, 2, \dots, N)$ 。

求解矩阵方程(2)得到展开系数 $c_n$ 后，就可以快捷地得到输出变量 $Y$ 的统计信息，如均值和标准差<sup>[11]</sup>：

$$\mu_Y = E[Y] = c_0 \quad (3)$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_Y^2} = \sqrt{E[Y^2] - E^2[Y]} = \sqrt{\sum_{n=1}^N c_n^2} \quad (4)$$

### 1.2 任意分布时混沌多项式基底的构建

现有文献一般通过查Wiener-Askey表选取随机变量相应的混沌多项式基底，但该表仅提供了少数分布类型随机变量的基底。因此本文通过Gram-Schmidt正交化算法<sup>[12]</sup>构建适用于任意分布类型随机变量的基底，从而对ST方法可应用的随机变量分布类型进行拓展。

假设随机变量 $\xi$ 的概率密度函数为 $\rho(\xi)$ ，从一组线性无关的非正交多项式 $e_n(\xi) = \xi^n, n=0, 1, \dots$ 出发，通过递推方法构建一维标准正交多项式基底 $P_n(\xi)$ ，其中涉及的内积运算 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 定义为：

$$\langle f(\xi), g(\xi) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)g(\xi)\rho(\xi)d\xi \quad (5)$$

首先得到递推初值：

$$P_0(\xi) = \frac{e_0(\xi)}{\sqrt{\langle e_0(\xi), e_0(\xi) \rangle}} \equiv 1 \tag{6}$$

接着逐项进行正交化：

$$\Psi_j(\xi) = e_j(\xi) - \sum_{k=0}^{j-1} \langle e_j(\xi), P_k(\xi) \rangle P_k(\xi), \quad j=1, 2, \dots \tag{7}$$

然后对正交多项式进行归一化<sup>[13]</sup>，得到混沌多项式基底：

$$P_j(\xi) = \frac{\Psi_j(\xi)}{\sqrt{\langle \Psi_j(\xi), \Psi_j(\xi) \rangle}}, \quad j=1, 2, \dots \tag{8}$$

上述标准正交化过程可用于任何类型的随机分布，如，对于概率密度函数(式(9)~式(11))的标准正态分布  $N(0, 1)$ 、均匀分布  $U(0, 1)$  和贝塔分布  $Be$ ，可以分别构造出其混沌多项式基底，见表 1。

$$f_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \tag{9}$$

$$f_2(\xi) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \xi \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{10}$$

$$f_3(\xi; a, b) = \frac{\xi^{a-1} (1-\xi)^{b-1}}{B(a, b)}, \quad 0 < \xi < 1, \quad a, b > 0 \tag{11}$$

式中：贝塔函数  $B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$ ；伽马函数  $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ 。

表 1 采用本文 Gram-Schmidt 正交化算法构建的  $N(0, 1)$ 、 $U(0, 1)$  和  $Be$  对应的混沌多项式基底

Table 1 Chaotic polynomial basis corresponding to  $N(0, 1)$ ,  $U(0, 1)$ ,  $Be$  constructed using the Gram-Schmidt orthogonalization algorithm

order	chaotic polynomial basis		
	$N(0, 1)$	$U(0, 1)$	$Be$
0	1	1	1
1	$\xi$	$3.464 1\xi - 1.732 1$	$5\xi - 3$
2	$0.707 1\xi^2 - 0.707 1$	$13.416 4\xi^2 - 13.416 4\xi + 2.236 1$	$22.135 9\xi^2 - 25.298 2\xi + 6.324 6$
3	$0.408 2\xi^3 - 1.224 7\xi$	$52.915 0\xi^3 - 79.372 5\xi^2 + 31.749 0\xi - 2.645 8$	$93.914 9\xi^3 - 156.524 8\xi^2 + 78.262 4\xi - 11.180 3$
4	$0.204 1\xi^4 - 1.224 7\xi^2 + 0.612 4$	$210\xi^4 - 420\xi^3 + 270\xi^2 - 60\xi + 3$	$390.461 3\xi^4 - 851.915 5\xi^3 + 638.936 6\xi^2 - 189.314 6\xi + 17.748 2$
5	$0.091 3\xi^5 - 0.912 9\xi^3 + 1.369 3\xi$	$835.789 4\xi^5 - 2 089.473 6\xi^4 + 1 857.309 9\xi^3 - 696.491 2\xi^2 + 99.498 7\xi - 3.316 6$	$1 605.171 0\xi^5 - 4 321.614 3\xi^4 + 4 321.614 3\xi^3 - 1 964.370 1\xi^2 + 392.874 0\xi - 26.191 6$

Sandu 在 Wiener-Askey 表的基础上给出了标准正态分布、均匀分布和贝塔分布等分布对应的混沌多项式基底<sup>[14]</sup>。与其对比可以发现：表 1 中标准正态分布  $N(0, 1)$  对应的基底与文献[14]给出的 Hermite 基底完全一致；由于随机变量的定义域不同，表 1 中均匀分布  $U(0, 1)$  对应的基底与文献[14]给出的 Legendre 基底并不相同；由于贝塔分布的参数  $(a, b)$  以及随机变量的定义域不同，表 1 中贝塔分布  $Be$  对应的基底与文献[14]给出的 Jacobi 基底并不相同。

当存在多个输入随机变量时，则可在上述 Gram-Schmidt 正交化算法之后，对各输入变量对应的基底进行张量积组合，获得多元多项式基底。

## 2 场线耦合的不确定性量化分析

### 2.1 场线耦合模型介绍

图 1 为理想地平面上受平面波辐照的单根传输线模型。传输线左端负载阻值  $R_1 = 50 \Omega$ ，右端负载阻值  $R_2 = 100 \Omega$ ，传输线线长  $l = 0.5 \text{ m}$ ，直径  $d = 0.06 \text{ mm}$ ，距地高度  $h = 1.27 \text{ mm}$ ，入射波为  $E(t) = E_0 e^{-\frac{(t-t_p)^2}{2t_s^2}} \cos[2\pi f_0(t-t_p)]$ ，其中振幅  $E_0 = 1 \text{ V/m}$ ，调制频率  $f_0 = 200 \text{ MHz}$ ，持续时间  $t_s = \frac{3}{2\pi f_{bw}}$ ，带宽  $f_{bw} = 100 \text{ MHz}$ ，时延  $t_p = 8 t_s$ 。

在外界电磁场激励下的 Agrawal 场线耦合模型<sup>[15]</sup>为：

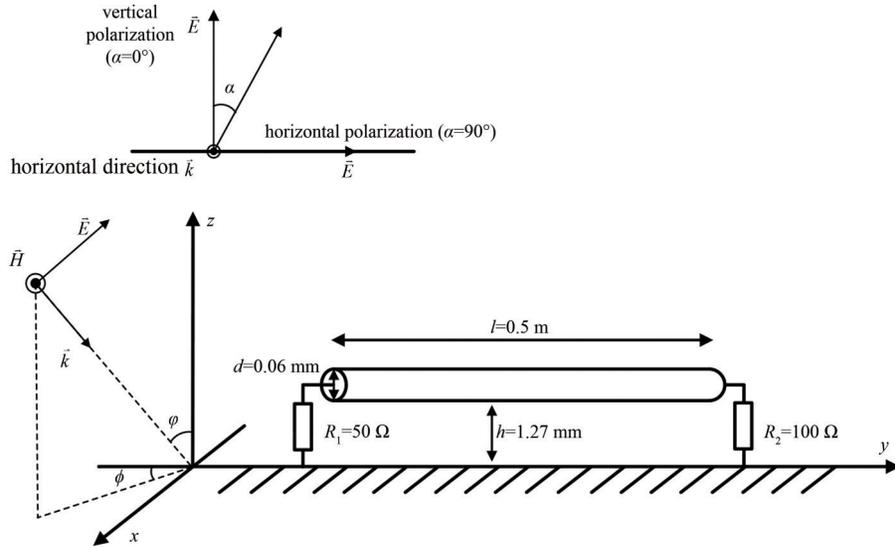


Fig.1 Model of single transmission line excited by plane waves on an ideal plane  
图1 理想地面上受平面波激励的单根传输线模型

$$\begin{cases} \frac{\partial U^{sca}(l,t)}{\partial x} + L \frac{\partial I(l,t)}{\partial t} = E_t^e(l,t) \\ \frac{\partial I(l,t)}{\partial x} + C \frac{\partial U^{sca}(l,t)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中： $l$ 为沿线弧长； $U^{sca}(l,t)$ 为沿线散射电压； $I(l,t)$ 为感应电流； $E_t^e(l,t)$ 为激励电场的传输线切向分量；传输线单位长度电感  $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{r}$ ，真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m， $h$ 为传输线距地高度， $r$ 为传输线半径；传输线单位长度电容  $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{r}}$ ，真空介电常数  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$  F/m。

对于式(12)，可以通过时域有限差分法求解。首先建立传输线的几何模型，设定激励源波形函数，依据线长与分段数设定空间步长与时间步长，初始化沿线电参数。进入时间步循环后，根据沿线分布参数和沿线电流求解端点电压。当输入参数为随机变量时，应用ST方法对端点电压进行多项式混沌展开，并求解展开系数，可以得到端点电压的统计信息。

### 2.2 单随机变量情况

算例1：对于图1模型，考虑极化角  $\alpha$  服从平均值为  $45^\circ$ 、标准差为  $9^\circ$  的正态分布。方位角  $\phi = 45^\circ$ 、仰角  $\varphi = 30^\circ$ 。分别通过100样本点MCS方法和5阶ST方法得到传输线左端电压的统计信息，见图2，图中还给出了全部样本点的结果。

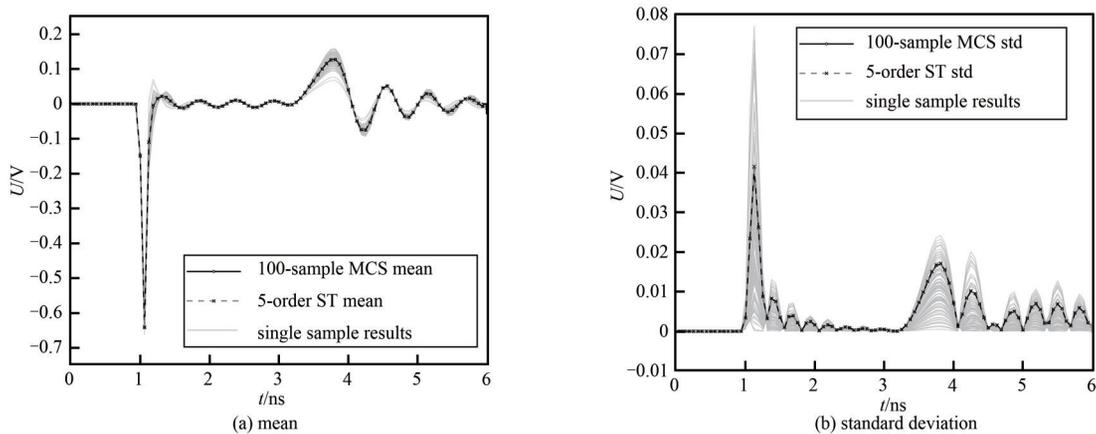


Fig.2 Statistical information of left-end voltage of transmission line in example 1  
图2 算例1传输线左端电压的统计信息

算例 2: 对于图 1 模型, 考虑方位角  $\phi$  在  $(0^\circ, 30^\circ)$  中服从均匀分布。极化角  $\alpha = 45^\circ$ , 仰角  $\varphi = 30^\circ$ 。分别通过 100 样本点 MCS 方法和 5 阶 ST 方法得到传输线左端电压的统计信息, 见图 3, 图中还给出了全部样本点的结果。

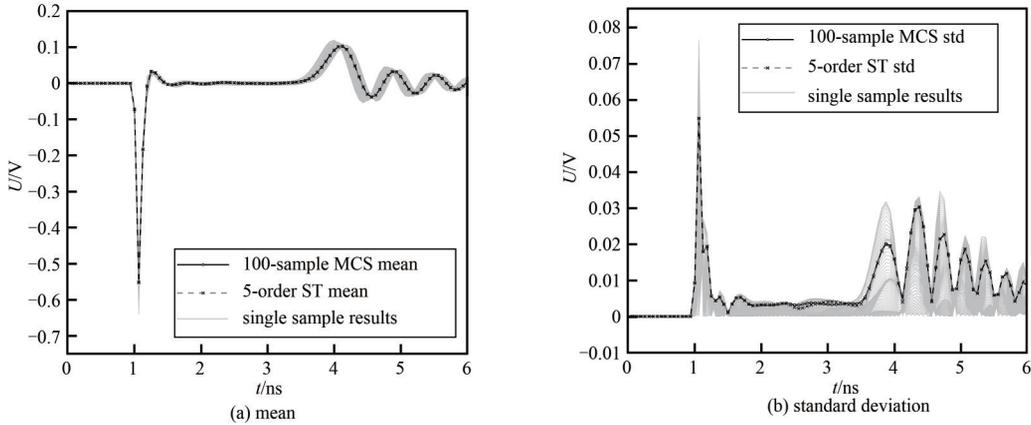


Fig.3 Statistical information of left-end voltage of transmission line in example 2

图 3 算例 2 传输线左端电压的统计信息

算例 3: 对于图 1 模型, 考虑仰角  $\varphi$  在  $(0^\circ, 30^\circ)$  中服从  $a=3, b=2$  的贝塔分布。极化角  $\alpha = 45^\circ$ 、方位角  $\phi = 30^\circ$ 。分别通过 100 样本点 MCS 方法和 5 阶 ST 方法得到传输线左端电压的统计信息, 见图 4, 图中还给出了全部样本点的结果。

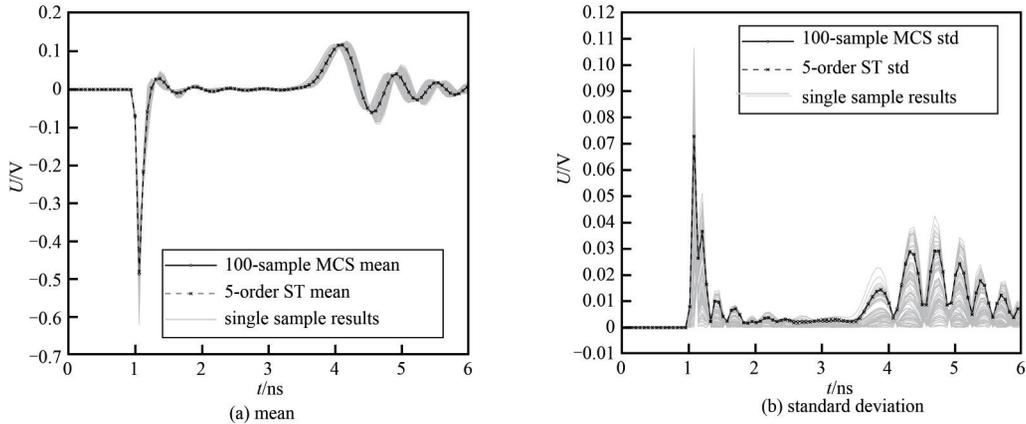


Fig.4 Statistical information of left-end voltage of transmission line in example 3

图 4 算例 3 传输线左端电压的统计信息

从图 2、图 3 和图 4 中可以看出, 3 个算例中的 5 阶 ST 方法结果与 100 样本点 MCS 方法结果基本符合, 验证了此前通过 Gram-Schmidt 正交化算法生成的混沌多项式基底的正确性以及 ST 方法的准确性。

### 2.3 多随机变量情况

算例 4: 考虑图 1 模型中入射波极化角、方位角与仰角同时发生变化的情况。其中, 极化角服从平均值为  $45^\circ$ 、标准差为  $9^\circ$  的正态分布; 方位角在  $(0^\circ, 90^\circ)$  中服从均匀分布; 仰角在  $(0^\circ, 90^\circ)$  中服从  $a=3, b=2$  的贝塔分布。分别通过 20 000 样本点 MCS 方法和 3 阶、5 阶 ST 方法得到传输线左端电压的统计信息, 见图 5。

ST 方法结果相较于 20 000 样本点 MCS 方法结果的误差以及 2 种方法的耗时见表 2。

表 2 不同方法误差与使用时间对比

Table 2 Comparison of errors and time consumption among different methods

method	mean error/%	standard deviation error/%	t/s	efficiency promotion/%
20 000-sample MCS	—	—	1 951.25	—
3-order ST	7.38	2.04	6.66	0.34
5-order ST	1.13	0.43	21.82	1.12

从图 5 和表 2 中可以看出: 从结果精确度上看, 以 20 000 样本点 MCS 方法的结果作为参考, 3 阶 ST 方法的均值和标准差存在一定的误差, 而 5 阶 ST 方法均值和标准差误差很小; 从使用时间上看, 3 阶、5 阶 ST 方法的使用时间均远远小于 20 000 样本点 MCS 方法。可见, ST 方法在保持结果精确度的同时, 大大提高了效率。

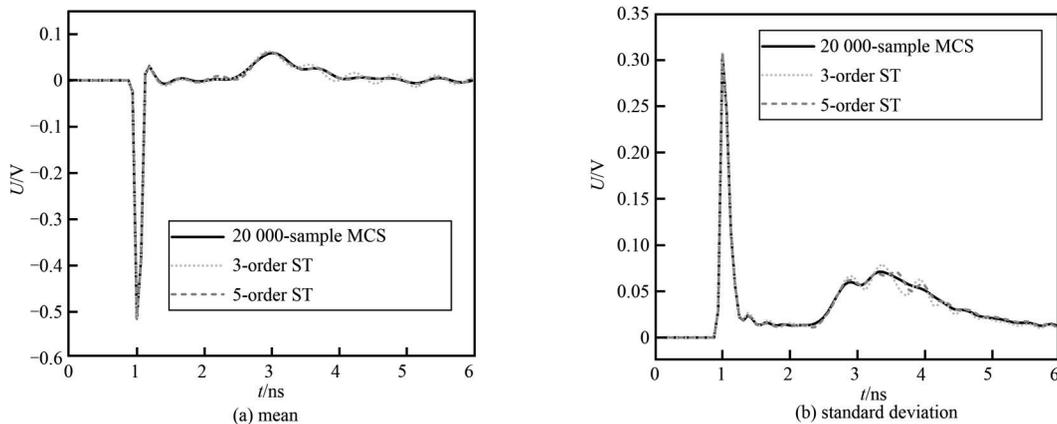


Fig.5 Statistical information of left-end voltage of transmission line in example 4

图5 算例4传输线左端电压的统计信息

### 3 结论

本文通过 Gram-Schmidt 正交化算法，将 ST 方法扩展到任意分布的随机变量，并将其用于传输线场线耦合的不确定性量化。ST 方法的原理是将输出变量进行多项式混沌展开，然后通过求解展开系数从而快捷地得到输出变量的统计信息。将 ST 方法的结果与蒙特卡罗模拟方法的结果进行对比：单随机变量情况的 3 个算例中，5 阶 ST 方法结果与 100 样本点蒙特卡罗模拟方法结果基本符合；多随机变量情况算例中，5 阶 ST 方法的结果与 20 000 样本点蒙特卡罗模拟方法的结果相比误差很小，且前者的使用时间仅为后者的 1.12%。验证了 ST 方法的正确性和高效性。本文涉及的随机变量的数目最多为 3 个，后续将对 ST 方法在解决更多随机变量的不确定性量化问题时的有效性进行研究。

#### 参考文献：

- [1] MANFREDI P, GINSTE D V, STIEVANO I S, et al. Stochastic transmission line analysis via polynomial chaos methods: an overview[J]. IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine, 2017,6(3):77–84. doi:10.1109/NEMO.2015.7415076.
- [2] STIEVANO I S, MANFREDI P, CANAVERO F G. Stochastic analysis of multiconductor cables and interconnects[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2011,53(2):501–507. doi:10.1109/TEMC.2011.2119488.
- [3] ROBERT C P, CASELLA G, CASELLA G. Introducing Monte Carlo methods with R[M]. New York:Springer, 2010. doi:http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-985X.2012.01045\_11.x.
- [4] ZHANG Zheng, EL-MOSLHY T A, ELFADEL I M, et al. Stochastic testing method for transistor-level uncertainty quantification based on generalized polynomial chaos[J]. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2013,32(10):1533–1545. doi:10.1109/TCAD.2013.2263039.
- [5] MANFREDI P, VANDE-GINSTE D, DE-ZUTTER D, et al. Generalized decoupled polynomial chaos for nonlinear circuits with many random parameters[J]. IEEE microwave and Wireless Components Letters: A Publication of the IEEE Microwave Theory and Techniques Society, 2015,25(8):505–507. doi:10.1109/LMWC.2015.2440779.
- [6] GOSSYE M, GORDEBEKE G J, KAPUSUZ K Y, et al. Uncertainty quantification of waveguide dispersion using sparse grid stochastic testing[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2020,68(7):2485–2494. doi:10.1109/TMTT.2020.2988458.
- [7] 杨蕾, 陈韦韦, 闫丽萍, 等. 时域传输线方程随机负载问题多项式混沌分析[J]. 无线电工程, 2020,50(7):548–554. (YANG Lei, CHEN Weiwei, YAN Liping, et al. Polynomial chaos analysis of random load problems in time domain transmission line equations [J]. Radio Engineering, 2020,50(7):548–554.) doi:103969/j.issn.1003-3106.2020.07.005.
- [8] CHORDIA A, TRIPATHI J N. Uncertainty quantification of RF circuits using stochastic collocation techniques[J]. IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine, 2022,11(1):45–56. doi:10.1109/MEMC.2022.9780345.
- [9] XIU Dongbin, KARNIADAKIS G E. The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2002,24(2):619–644. doi:10.1137/S1064827501387826.
- [10] ELDRED M S. Recent advances in non-intrusive polynomial chaos and stochastic collocation methods for uncertainty analysis and design[C]// The 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Palm Springs, California: [s.n.], 2009:1–37. doi:10.2514/6.2009-2274.

- [11] FEI Zhouxiang, HUANG Yi, ZHOU Jiafeng, et al. Uncertainty quantification of crosstalk using stochastic reduced order models[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2017, 59(1):228–239. doi:10.1109/TEMC.2016.2604361.
- [12] WITTEVEEN J A S, BIJL H. Modeling arbitrary uncertainties using Gram–Schmidt polynomial chaos[C]// The 44th Aiaa Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. Reno, NV, USA: [s.n.], 2013:1–17. doi:10.2514/6.2006–896.
- [13] CHEN Weiwei, GAO Xianke, ZHOU Shihua, et al. Least Squares Polynomial Chaos Regression for Stochastic Analysis of Transmission Lines Without and With Noise[J]. IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, 2023, 13(5):675–687. doi:10.1109/TCPMT.2023.3279128.
- [14] SANDU A, SANDU C, AHMADIAN M. Modeling multibody systems with uncertainties. part I: theoretical and computational aspects[J]. Multibody System Dynamics, 2006, 15(4):369–391. doi:10.1007/s11044–006–9007–5.
- [15] AGRAWAL A, PRICE H J, GURBAXANI S H, et al. Transient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1980, 22(2):432–435. doi:10.1109/APS.1980.1148283.

#### 作者简介:

张艺赢(1999–), 女, 在读硕士研究生, 主要研究方向为电磁兼容. email:polaris82834@163.com.

闫丽萍(1972–), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电磁兼容分析与电磁效应评估.

陈韦韦(1991–), 男, 在读博士研究生, 主要研究方向为电磁兼容.

赵翔(1973–), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电磁兼容分析与电磁效应评估.

(上接第418页)

- [6] 杨进文, 易涛, 李廷帅, 等. 激光打靶过程中的电磁脉冲特性[J]. 强激光与粒子束, 2015, 27(10):116–121. (YANG Jinwen, YI Tao, LI Tingshuai, et al. Electromagnetic pulse characteristic in process of laser shooting[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2015, 27(10):116–121.) doi:10.11884/HPLPB201527.103224.
- [7] 谢处方, 饶克谨. 电磁场与电磁波[M]. 4版. 北京:高等教育出版社, 2006. (XIE Chufang, RAO Kejin. Electromagnetic field and electromagnetic wave[M]. 4th ed. Beijing:Higher Education Press, 2006.)
- [8] 金涌涛, 刘会金, 熊玲玲. Rogowski线圈频率特性分析及拓宽频带的方法[J]. 电测与仪表, 2003, 40(9):12–15. (JIN Yongtao, LIU Huijin, XIONG Lingling. Analysis is on the frequency characteristics of Rogowski coil and means to broaden the bandwidth of frequency response[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2003, 40(9):12–15.)
- [9] 任晓明, 傅正财, 黄晓红, 等. 脉冲磁场测量系统的研制与标定[J]. 上海交通大学学报, 2010, 44(7):980–983, 988. (REN Xiaoming, FU Zhengcai, HUANG Xiaohong, et al. Development and calibration of an impulse magnetic field measurement system[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2010, 44(7):980–983, 988.)
- [10] 刘俊, 徐雁. 脉冲强磁场测量系统的设计与仿真分析[J]. 电测与仪表, 2006, 43(9):11–14, 36. (LIU Jun, XU Yan. Design and simulation of high pulse magnetic field measurement system[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2006, 43(9):11–14, 36.)
- [11] 郭晓东, 朱宇洁, 魏竹, 等. 陶瓷电容分压器幅度线性度研究[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2020, 18(6):1151–1156. (GUO Xiaodong, ZHU Yujie, WEI Zhu, et al. Study on amplitude linearity of ceramic capacitance voltage divider[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2020, 18(6):1151–1156.) doi:10.11805/TKYDA2019300.
- [12] 郭晓东, 朱宇洁, 王建忠. 一种用于电磁脉冲测量的数字积分器设计[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2020, 18(5):857–862. (GUO Xiaodong, ZHU Yujie, WANG Jianzhong. A digital integrator design for Electro Magnetic Pulse measurement[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2020, 18(5):857–862.) doi:10.11805/TKYDA2019161.

#### 作者简介:

朱宇洁(1985–), 女, 硕士, 工程师, 主要研究方向为脉冲磁场与高压测量、校准技术. email:jiecr0109@163.com.

何鹏(1986–), 男, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为脉冲测量、校准技术.

郭晓东(1987–), 男, 硕士, 高级工程师, 主要研究方向为微波与无线技术.

于明媚(1990–), 女, 硕士, 工程师, 主要研究方向为微波毫米波测量、校准技术.