

文章编号: 2095-4980(2024)10-1117-10

分布式雷达多域张量分解抗复合干扰方法

潘步年¹, 谭睿¹, 汪兵², 余显祥^{*1}, 沙明辉³, 崔国龙¹

(1.电子科技大学 信息与通信工程学院, 四川 成都 611731; 2.电子信息控制重点实验室, 四川 成都 610036;
3.北京无线电计量测试研究所, 北京 100854)

摘要: 针对分布式雷达抗干扰问题, 利用信号的多域信息, 提出一种基于极化-空-时域联合处理的抗复合干扰方法。建立一发多收的分布式极化阵列雷达系统模型, 根据接收信号的极化-空-时域特性, 将其重构成一个三阶张量, 进而利用张量的标准分解对目标回波信号和干扰信号进行分离, 从而实现压制与灵巧干扰的抑制; 然后利用真目标位置信息及速度信息的唯一性, 通过多站点联合定位实现对欺骗干扰的抑制, 同时估计目标的位置坐标与速度矢量。数值仿真实验验证了所提算法的有效性。

关键词: 分布式雷达; 复合干扰; 多域处理; 张量分解; 联合定位

中图分类号: TN974

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2023066

Joint multi-domain tensor decomposition method for compound jamming in distributed radars

PAN Bunian¹, TAN Rui¹, WANG Bing², YU Xianxiang^{*1}, SHA Minghui³, CUI Guolong¹

(1.School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China; 2.Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory, Chengdu Sichuan 610036, China;
3.Beijing Institute of Radio Measurement, Beijing 100854, China)

Abstract: Aiming at the problem of jamming suppression in distributed radars, a joint polarization-spatial-temporal domain processing method is proposed for compound jamming in distributed radars. Firstly, a distributed polarization array radar system model of single-transmitter multiple-receiver is established. Secondly, the received signal is reconstructed into a third-order tensor according to its polarization-spatial-temporal characteristics. Furthermore, tensor decomposition is employed to separate the target echo from jamming signals, so as to realize the suppression of blanket jamming and smart jamming. Then, by using the uniqueness of the position and velocity information of the real target, the deception jamming is suppressed by joint positioning of multiple sites, while the position coordinates and velocity vectors of the target are estimated in the meantime. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by numerical simulation experiments.

Keywords: distributed radars; compound jamming; multi-domain processing; tensor decomposition; joint positioning

在未来军事电磁频谱战中, 雷达通常工作于复杂电磁环境中, 其中, 人为干扰严重降低了雷达系统性能。当目标回波与干扰信号在空-时-频域上差异较小时, 单从信号某一个域的角度抑制干扰变得十分困难。因此如何联合多域信息, 放大信号差异从而提高干扰抑制能力是亟需解决的问题, 具有重要的理论价值和实际意义。

在时-频域联合抗干扰方面, 文献[1]和文献[2]分别引入短时傅里叶变换和分数阶傅里叶变换放大雷达信号与干扰信号之间的差异性, 但上述方法无法对抗全时域压制类干扰。在空-时域联合抗干扰方面, 空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)^[1]难以对抗密集转发式干扰; 盲源分离方法通过联合利用信号的空、时域信息实现对不同方向信号源的分离, 该方法已广泛用于图像处理、阵列信号处理、无线通信、音频信号处理等

收稿日期: 2023-03-15; 修回日期: 2023-05-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U19B2017; 62101097)

*通信作者: 余显祥 email:xianxiangyu@uestc.edu.cn

多个领域^[4-7]。近年来,盲源分离方法被引入雷达抗干扰领域,如快速独立成分分析(fast Independent Component Analysis, fast ICA)算法^[8]和特征矩阵近似联合对角化(Joint Approximate Diagonalization of Eigenmatrices, JADE)算法^[9-10]通过分离雷达信号和干扰信号,成功对抗了全时域压制类干扰。但盲源分离问题所用的ICA方法的主要思想为通过求解一个变换矩阵,将接收到的混合信号变换成相互独立的信号。此方法有效性的前提为被分离源信号之间互不相关,且信号源在空间分散分布^[11]。这意味着盲分离算法无法有效抑制与雷达信号相关性较强的灵巧干扰与欺骗干扰,同时该方法也不适用于干扰机与目标十分接近的情况。当信号在以上各个域中无法被区分开时,极化域作为一个新的信号域展现出不同信号的区分性。极化反映了电磁波的矢量特性,雷达对电磁波极化信息的提取和利用,可有效提高其抗干扰能力^[12]。在极化联合多域抗干扰方面,文献[13-14]联合极化域与空域信息,分别针对相关干扰情形和完全极化情形进行极化敏感阵列滤波;文献[15-16]提出一种极化-空-时多通道联合抗干扰方法,该方法联合了信号极化、空、时域信息,基于盲源分离有效抑制了主瓣自卫式干扰。但该方法没能突破盲源分离的限制,即无法分离与雷达信号相关性较强的干扰。

以上的抗干扰方法中部分涉及了欺骗干扰的抑制,但它们都是基于单站雷达,难以摆脱单一视角给抗干扰带来的局限性。分布式多站雷达由于其空间分布特性被广泛用于干扰抑制中,文献[17]提出一种三角定位抗距离欺骗干扰的方法,但该方法要求准确测量每一个点目标的角度信息;文献[18]利用多站定位消除了干扰时延补偿中出现的假目标点迹,但该方法的使用场景为单个干扰;文献[19]联合利用了真目标的位置信息及速度信息的空间相关性,建立假设检验模型,可有效识别出欺骗式假目标;文献[20]提出了一种联合极化域与波束域抑制的主瓣干扰抑制方法,对主瓣干扰进行抑制;文献[21]首先利用单个雷达单元滤除副瓣干扰,然后将多站点间波束束进行融合,合成辅助窄波束,从而对消主瓣干扰;文献[22]采用具有迫零特性的广义协方差交叉融合方法,在融合过程中实现干扰抑制。但以上的多站联合方法针对的干扰样式都相对单一,在多种样式复合的干扰环境中抗干扰效果得不到保证。

针对以上问题,本文联合信号极化、空、时域3个域的信息,将干扰信号和雷达回波信号的混合信号重构成一个高阶的张量形式,利用张量能体现信号高阶特征,完整保留张量模型信息的优势^[23],完成对目标回波信号和压制干扰、灵巧干扰信号的分离。进一步,在分布式雷达场景下,对目标进行同源检验,实现多种复合干扰的抑制。

1 信号模型

一发多收的分布式雷达系统的二维空间分布如图1所示。其中,发射站点位于 (x_0, y_0) 处; N 个接收站点分布于空间中的不同位置,其中接收站点 n 的坐标为 (x_n, y_n) 。假设一点目标位于空间坐标 (x_T, y_T) 处,以速度 (v_x, v_y) 匀速前进,同时在目标附近, M 个干扰机以相同速度伴随目标飞行,并向发射站点发射主瓣干扰,其中干扰机 m 的实时坐标为 $(x^{(m)}, y^{(m)})$ 。因此,由发射站点-目标/干扰机-接收站点的位置关系可分别得到发射站点-目标-接收站点 n 的距离和 R_{0n} 与发射站点-干扰机 m -接收站点 n 的距离和 $R_{0n}^{(m)}$ 为:

$$R_{0n} = R_{0T} + R_{Tn} = \sqrt{(x_T - x_0)^2 + (y_T - y_0)^2} + \sqrt{(x_T - x_n)^2 + (y_T - y_n)^2} \quad (1)$$

$$R_{0n}^{(m)} = R_0^{(m)} + R_n^{(m)} = \sqrt{(x_n^{(m)} - x_0)^2 + (y_n^{(m)} - y_0)^2} + \sqrt{(x_n^{(m)} - x_n)^2 + (y_n^{(m)} - y_n)^2} \quad (2)$$

式中: R_{0T} 、 $R_0^{(m)}$ 分别为发射站点到目标、干扰机 m 的径向距离; R_{Tn} 、 $R_n^{(m)}$ 分别为目标、干扰机 m 到接收站点 n 的径向距离。

考虑所有站点都为极化敏感的均匀线阵,发射站点阵元数目为 L_t ,接收站点阵元数目均为 L ,相邻阵元以半波长间隔排列,每个阵元由一对垂直水平极化天线组成,可实现对任意极化波的收发。发射与接收阵元的结构模型如图2所示。

由于发射信号、目标回波信号和干扰信号都为窄带信号,因此它们的极化参数可用Jones矢量^[12]表示。则发射站点发射的基带波形经过极化调制后可表示为:

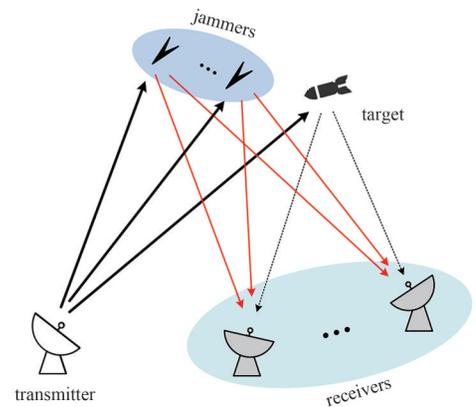


Fig.1 Schematic diagram of multi-input single-output distributed radars

图1 一发多收的分布式雷达示意图

$$\mathbf{y}_0(t) = \alpha_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 s_0(t) \quad (3)$$

式中： $\alpha_0 = \sqrt{P_t L_t G_t}$ 为发射信号幅度， P_t 为雷达发射总功率， G_t 为发射天线增益； $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = (\cos \gamma_0, \sin \gamma_0 e^{j\eta_0})^T$ 为系统坐标系下发射信号的 Jones 矢量， γ_0 、 η_0 分别为发射信号的极化幅角与极化相角； $s_0(t)$ 为发射信号的基带复包络。

雷达信号经过目标后向散射后由各个接收站点接收。本文采用极化“矢量测量”系统，即水平、垂直接收通道不对极化回波进行加权求和处理，而是分别对接收信号中的水平和垂直极化分量进行接收^[24]，并直接输出 2 路极化信号，如图 2 所示。因此每个接收站点均接收到 $2L$ 路回波信号，其中，接收站点 n 的第 l 个阵元接收的极化信号可表示为：

$$\mathbf{y}_{nl}(t) = \alpha_n \mathbf{S}_{Tn} \boldsymbol{\varepsilon}_0(t - \tau_{nl}) e^{j\pi(l-1)\sin\theta_n} e^{j2\pi f_{dn} t} = \alpha_n' \boldsymbol{\xi}_n' s_0(t - \tau_{nl}) e^{j\pi(l-1)\sin\theta_n} e^{j2\pi f_{dn} t} \quad (4)$$

式中： $\alpha_n' = \sqrt{L_t P_t G_t G_r \sigma_{Tn} \lambda^2 / ((4\pi)^3 R_{0r}^2 R_{0n}^2 L_s)}$ 为站点 n 接收信号的幅度， G_r 、 λ 、 L_s 分别为接收天线增益、信号波长和系统损耗， $\sigma_{Tn} = \|\mathbf{S}_{Tn} \boldsymbol{\varepsilon}\|$ 为目标相对于站点 n 的等效雷达截面积， $\mathbf{S}_{Tn} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ 为系统坐标系下目标经来波照射后相对于站点 n 的极化散射矩阵，反映了照射在目标上的电磁波极化与目标散射后电磁波极化之间的关系； $\boldsymbol{\xi}_n'$ 为系统坐标系下的目标向站点 n 散射信号的 Jones 矢量； θ_n 、 f_{dn} 分别为目标相对于站点 n 的到达角与目标相对于站点 n 的径向速度造成的多普勒频移； $\tau_{nl} = \frac{R_{0n}}{c} - \frac{d(l-1)\sin\theta_n}{c}$ 为站点 n 接收到目标回波信号的时延。

由于目标回波为窄带信号，因此同一站点的不同阵元接收信号时延 τ_{nl} 都可近似为 $\tau_n = R_{0n}/c$ 。进一步可将同一站点所有阵元接收的信号堆叠成新的信号向量形式：

$$\mathbf{y}_n(t) = [\mathbf{y}_{n1}(t); \mathbf{y}_{n2}(t); \dots; \mathbf{y}_{nL}(t)] = \alpha_n' \boldsymbol{\xi}_n \otimes \boldsymbol{\kappa}_n s_0(t - R_{0n}/c) e^{j2\pi f_{dn} t} = \alpha_n' \boldsymbol{\xi}_n \otimes \boldsymbol{\kappa}_n s_n(t) = \alpha_n' \mathbf{a}_n s_n(t) \quad (5)$$

式中： \otimes 为 Kronecker 积算子； $\boldsymbol{\kappa}_n = [1, e^{j\pi \sin\theta_n}, \dots, e^{j\pi(L-1)\sin\theta_n}]^T$ 为目标回波相对于站点 n 的空域导向矢量； $\mathbf{a}_n = \boldsymbol{\xi}_n \otimes \boldsymbol{\kappa}_n$ 定义为目标回波相对于站点 n 的极化-空域联合导向矢量； $s_n(t) = s_0(t - R_{0n}/c) e^{j2\pi f_{dn} t}$ 。

干扰机 m 发射的基带波形经过极化调制后可表示为：

$$\mathbf{y}^{(m)}(t) = \sqrt{P^{(m)} G_d} \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} J^{(m)}(t) \quad (6)$$

式中： $P^{(m)}$ 为干扰信号功率； G_d 为干扰机发射天线增益； $\boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} = (\cos \gamma^{(m)}, \sin \gamma^{(m)} e^{j\eta^{(m)}})^T$ 为系统坐标系下干扰信号 m 的 Jones 矢量， $\gamma^{(m)}$ 、 $\eta^{(m)}$ 分别为干扰信号的极化幅角与极化相角； $J^{(m)}(t)$ 为干扰机发射信号的基带复包络。

接收站点 n 的第 l 个阵元接收干扰机 m 发射的极化干扰信号可表示为：

$$\mathbf{y}_{nl}^{(m)}(t) = \beta_n^{(m)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} J^{(m)}(t - \tau_{nl}^{(m)}) e^{j\pi(l-1)\sin\theta_n^{(m)}} e^{j2\pi(f_{dn} + f_d^{(m)})t} \quad (7)$$

式中： $\beta_n^{(m)} = \sqrt{P^{(m)} G_d G_r \lambda^2 / ((4\pi)^2 (R_n^{(m)})^2 L_s')}$ 为站点 n 接收干扰机 m 发射干扰信号的幅度， L_s' 为干扰信号传播过程中的损耗； $\tau_{nl}^{(m)} = \frac{R_{0n}^{(m)}}{c} - \frac{d(l-1)\sin\theta_n^{(m)}}{c} + \Delta\tau^{(m)}$ 为站点 n 接收到干扰信号 m 的时延， $\theta_n^{(m)}$ 为干扰信号 m 相对于站点 n 的到达角， $\Delta\tau^{(m)}$ 为调制的时延； $f_d^{(m)}$ 为干扰机调制的假多普勒频移。

同式(5)，接收站点 n 接收的干扰机干扰信号 m 可以合并写为：

$$\mathbf{y}_n^{(m)}(t) = [\mathbf{y}_{n1}^{(m)}(t); \mathbf{y}_{n2}^{(m)}(t); \dots; \mathbf{y}_{nL}^{(m)}(t)] = \beta_n^{(m)} \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(m)} \otimes \boldsymbol{\kappa}_n^{(m)} J^{(m)}(t - R_{0n}^{(m)}/c + \Delta\tau^{(m)}) e^{j2\pi(f_{dn} + f_d^{(m)})t} = \beta_n^{(m)} \mathbf{a}_n^{(m)} J_n^{(m)}(t) \quad (8)$$

式中： $\boldsymbol{\kappa}_n^{(m)} = [1, e^{j\pi \sin\theta_n^{(m)}}, \dots, e^{j\pi(L-1)\sin\theta_n^{(m)}}]^T$ 为干扰信号 m 相对于站点 n 的空域导向矢量； $\mathbf{a}_n^{(m)} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(m)} \otimes \boldsymbol{\kappa}_n^{(m)}$ 定义为目标回波相对于站点 n 的极化-空域联合导向矢量； $J_n^{(m)}(t) = J^{(m)}(t - R_{0n}^{(m)}/c + \Delta\tau^{(m)}) e^{j2\pi(f_{dn} + f_d^{(m)})t}$ 。

假设干扰机的雷达截面积非常小，雷达系统无法实现对其的探测，因此本文忽略干扰机的回波信号。则站点 n 接收的观测信号向量可表示为：

$$\mathbf{x}_n(t) = \mathbf{y}_n(t) + \sum_{m=1}^M \mathbf{y}_n^{(m)}(t) + \sqrt{P_{no}} \mathbf{n}_n(t) \quad (9)$$

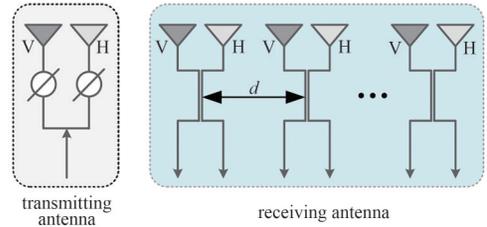


Fig.2 Polarization sensitive element model
图2 极化敏感阵元模型

式中: $\mathbf{n}_n(t) \in \mathbb{C}^{2L}$ 为均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声向量; $P_{\text{no}} = k_{\text{no}} T_0 B_{\text{no}} F_{\text{no}}$ 为噪声功率; k_{no} 、 T_0 、 B_{no} 、 F_{no} 分别为玻尔兹曼常数、电阻的热力学温度、接收机带宽和接收机噪声系数。

根据目标回波信号、干扰信号与噪声的能量, 可以定义站点 n 接收目标回波信号的信噪比 $R_{\text{SN},n}$ 与站点 n 接收干扰信号 m 的干噪比 $R_{\text{JN},n}^{(m)}$ 为:

$$R_{\text{SN},n} = 10 \lg(\alpha_n')^2 / P_{\text{no}} \quad (10)$$

$$R_{\text{JN},n}^{(m)} = 10 \lg(\beta_n^{(m)})^2 / P_{\text{no}} \quad (11)$$

2 抗复合干扰方法

针对多种干扰样式组合的干扰, 本文首先利用目标回波和压制干扰、灵巧干扰之间的极化-空-时域差异性, 将各个接收站点的观测信号构造成一个高阶张量, 并运用张量的标准分解模型对干扰和回波信号进行分离。而对于与目标回波时域相似度较高的全转发类欺骗干扰, 无法用信号分离手段进行抑制, 因此进一步利用目标在二维平面中坐标与速度的唯一性, 利用分布式雷达进行目标与假目标迹区分。分布式雷达多域信号处理抗复合干扰算法的流程如图 3 所示。

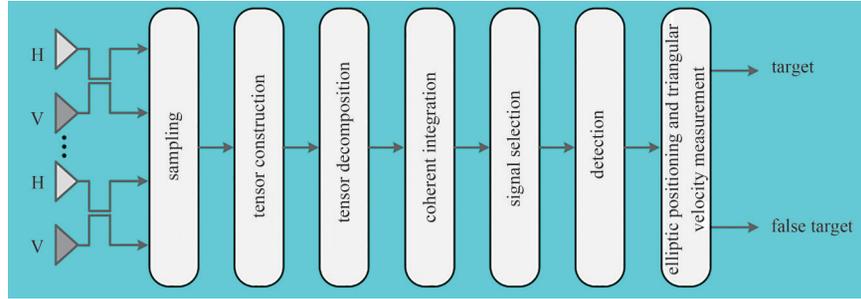


Fig.3 Flow of jamming suppression algorithm
图 3 抗干扰算法流程图

2.1 基于张量分解的信号分离抗干扰方法

张量实质上是一个多维数组, 从集合角度看, 一个高阶张量可看作由多个矢量空间乘积构造而成, 且张量在每个向量空间都有自己的坐标系。因其特殊的高阶结构特性和数据分析功能, 张量被广泛用于临床医学、数学、地质学、流体力学等不同领域中^[25-28]。近年来, 张量分解开始被频繁用于信号处理领域^[29]中, 目前常见的张量分解的应用有图像识别^[30]、语音识别^[31]、机器学习^[32]。文献[33-35]将张量分解运用到盲分离模型中进行混合矩阵估计, 但他们只是将多个相关矩阵堆叠成三阶张量形式, 并没有充分利用张量多维度的优势。本文利用张量的不同维度表示不同信号域的信息, 通过张量分解分离出目标回波信号与干扰信号。

对站点 n 接收的观测信号 $\mathbf{x}_n(t)$ 进行采样。设脉冲串采样点数为 Q , 则 $\mathbf{x}_n(t)$ 可表示为矩阵形式:

$$\mathbf{X}_n = \mathbf{Y}_n + \sum_{m=1}^M \mathbf{Y}_n^{(m)} + \sqrt{P_{\text{no}}} \mathbf{N}_n \quad (12)$$

式中: $\mathbf{Y}_n = \alpha_n' \mathbf{a}_n \circ \mathbf{s}_n$, 运算符 \circ 为列向量的外积算子^[36], \mathbf{s}_n 为 $s_n(t)$ 的离散形式; $\mathbf{Y}_n^{(m)} = \beta_n^{(m)} \mathbf{a}_n^{(m)} \circ \mathbf{s}_n^{(m)}$, $\mathbf{s}_n^{(m)}$ 为 $J_n^{(m)}(t)$ 的离散形式; $\mathbf{N}_n \in \mathbb{C}^{2L \times Q}$ 为高斯白噪声矩阵。对于列向量 $\mathbf{a}_1 \in \mathbb{C}^{I_1}$ 、 $\mathbf{a}_2 \in \mathbb{C}^{I_2}$ 、 $\mathbf{a}_3 \in \mathbb{C}^{I_3}$, 定义为:

$$(\mathbf{a}_1 \circ \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{a}_3)_{I_1 I_2 I_3} = (\mathbf{a}_1)_{I_1} (\mathbf{a}_2)_{I_2} (\mathbf{a}_3)_{I_3} \quad (13)$$

根据极化-空域联合导向矢量定义式, 目标和干扰的极化-空域联合导向矢量也可表示为矩阵形式:

$$\mathbf{A}_n = \xi_n \circ \boldsymbol{\kappa}_n \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_n^{(m)} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(m)} \circ \boldsymbol{\kappa}_n^{(m)} \quad (15)$$

因此, 观测信号可表示成三阶张量的形式:

$$\mathcal{X}_n = \alpha_n' \xi_n \circ \boldsymbol{\kappa}_n \circ \mathbf{s}_n + \beta_n^{(m)} \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(m)} \circ \boldsymbol{\kappa}_n^{(m)} \circ \mathbf{s}_n^{(m)} + \sqrt{P_{\text{no}}} \mathcal{N} \quad (16)$$

式中 \mathcal{N} 为高斯白噪声张量。

该张量的空间结构可由图 4 表示。张量的标准分解就是把张量近似分解成一组由秩 1 张量(定义为可被直接表示为若干个向量外积得到的张量)组成的线性组合, 对于 K 阶张量^[36] $\mathcal{B} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, 即

$$\mathcal{B} \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{u}_1^r \circ \mathbf{u}_2^r \circ \dots \circ \mathbf{u}_N^r = \llbracket \boldsymbol{\lambda}; \mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_N \rrbracket \quad (17)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_R]$ 为系数向量; $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_n^1 \ \mathbf{u}_n^2 \ \dots \ \mathbf{u}_n^R] \in \mathbb{C}^{I_n \times R}$ 为张量标准分解的因子矩阵, 最小数目 R 即为张量 \mathcal{B} 的秩。

文献[37]给出了 K 阶张量 $\mathcal{B} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 标准分解唯一性的充分条件, 即

$$\sum_{n=1}^N K_{U_n} \geq 2R + (N-1) \quad (18)$$

式中 K_{U_n} 为第 n 个因子矩阵 \mathbf{U}_n 的克鲁斯卡秩^[38], 其定义为满足矩阵的任意 k 个列向量都是线性不相关的条件下的 k 的最大值。

分析对比式(16)与式(17), 可以发现在忽略噪声项的情况下, 式(16)可看作是 $\tilde{\mathcal{X}}$ (为不考虑噪声分量的接收信号张量)的标准分解表达式。根据定义可知 $\tilde{\mathcal{X}}$ 的秩为 $M+1$, 其标准分解表达式为:

$$\tilde{\mathcal{X}} = \llbracket \boldsymbol{\lambda}; \mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3 \rrbracket \quad (19)$$

式中: $\boldsymbol{\lambda} = [\alpha', \beta_n^{(1)}, \beta_n^{(2)}, \dots, \beta_n^{(M)}]$; $\mathbf{U}_1 = [\boldsymbol{\xi}_n, \boldsymbol{\varepsilon}^{(1)}, \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}^{(M)}]$ 为极化因子矩阵; $\mathbf{U}_2 = [\boldsymbol{\kappa}_n, \boldsymbol{\kappa}_n^{(1)}, \boldsymbol{\kappa}_n^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\kappa}_n^{(M)}]$ 为空域因子矩阵; $\mathbf{U}_3 = [\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n^{(1)}, \mathbf{s}_n^{(2)}, \dots, \mathbf{s}_n^{(M)}]$ 为采样回波信号矩阵。

3 个因子矩阵的克鲁斯卡秩均为 $M+1$, 则该标准分解显然满足式(18), 观测信号张量标准分解的唯一性得以保证, 则唯一得到的因子矩阵 \mathbf{U}_3 的列向量分别为目标回波信号和各个干扰信号。

定义观测信号张量 \mathcal{X} 标准分解的代价函数为:

$$f(\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3) = \left\| \mathcal{X} - \sum_{r=1}^R \mathbf{u}_1^r \circ \mathbf{u}_2^r \circ \mathbf{u}_3^r \right\|_{\text{F}} \quad (20)$$

式中: $\mathbf{u}_1^r, \mathbf{u}_2^r, \mathbf{u}_3^r$ 分别为 $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$ 的列向量; $\|\cdot\|_{\text{F}}$ 运算符为 Frobenius 范数算子。

最小化该代价函数:

$$\arg \min_{\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3} \left\| \mathcal{X} - \llbracket \mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3 \rrbracket \right\|_{\text{F}} \quad (21)$$

即可求得张量 \mathcal{X} 的分解式。

对于这种多变量的优化问题, 通常采用迭代最小二乘算法(Alternating Least Squares, ALS)进行求解。ALS 算法简单易懂, 易于实现, 但需要迭代多次才能收敛, 且该算法不能保证收敛到全局最小值。因此本文采用 Tensorlab 工具箱中的非线性最小二乘(Nonlinear Least Squares, NLS)算法对优化问题进行求解。最终迭代得到因子矩阵 $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$, 并在 \mathbf{U}_3 中提取每个列向量得到目标回波信号与干扰信号。

2.2 基于椭圆定位的抗距离欺骗干扰方法

当全转发类的欺骗干扰存在时, 每个接收站点的回波信号中存在着假目标点迹, 无法从距离-多普勒平面上提取目标信息。根据椭圆方程可得, 目标在以发射站点和接收站点 n 为焦点, 长轴为 R_{0n} 的定位椭圆上。由于某时刻目标在空间中的坐标为一确定的物理量, 则其同时位于 N 个定位椭圆上, 因此 N 个定位椭圆交于同一点, 即目标所在的位置。相较之下, 根据式(7), 干扰机 m 通过调制时延 $\Delta\tau^{(m)}$ 达到距离欺骗的目的, 而 $\Delta\tau^{(m)}$ 相对于每一个接收站点都是一样的, 因此假目标的定位坐标会随不同接收站点的选取而改变, 任意 3 个定位椭圆不可能交于同一点。通过这一特性的区别, 可以实现对真假目标的判断与区分。

2.3 基于三角测速的抗速度欺骗干扰方法

通过椭圆定位可将真实目标从距离欺骗假目标中区分开来, 但存在速度欺骗干扰时, 椭圆定位无法将与目标同一距离单元上的假目标剔除。本文通过速度矢量的三角关系对真、假目标进行速度估计, 从而对抗速度欺骗干

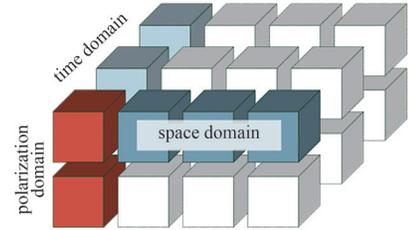


Fig.4 The spatial structure of the observed signal tensor
图4 观测信号张量的空间结构

扰。根据式(4), 目标/干扰机的速度是真实存在的一个物理量, 因此相对于不同方位的接收站点有不同的径向速度; 而式(8)中干扰机发射的速度欺骗干扰信号只对信号频率进行调制, 对于不同方位的接收站点, 收到干扰机产生的多普勒频移 $f_d^{(m)}$ 相同。因此, 利用这一特性以及 2.2 节求得的坐标信息可知, 通过不同站点组合得到的真实目标速度矢量汇聚于同一点, 而假目标速度分散在速度二维度平面, 从而区分出真假目标。

3 仿真分析

考虑一发三收的分布式极化雷达系统, 其中, 发射站点位于坐标(0,0) km处。参数设置如下: 阵元个数 $L_t=256$, 发射功率 $P_t=400$ kW, 发射天线增益 $G_t=\pi$ 。假设发射信号为多脉冲信号, 脉冲个数为 128 个, 脉冲重复时间 $T_{PR}=200$ μ s; 脉冲信号为线性调频(Linear Frequency Modulated, LFM)信号^[39], 其参数设置为: 中心频率 $f_0=1$ GHz, 信号带宽 $B=3$ MHz, 信号脉宽 $\tau=50$ μ s, 采样频率 $f_s=15$ MHz。

3 个接收站点分别位于(20,0) km、(40,0) km、(70,0) km, 所有接收站点的阵元个数 $L=16$, 接收天线增益 $G_r=\pi$ 。(50,60) km有一点目标以(-340,0)m/s的速度匀速运动, 目标相对于每个站点的等效雷达截面积都设置为 $\sigma_{Tn}=3$ m²; 在(45,60) km、(50,55) km、(49.9,60) km处有 3 个干扰机以相同速度匀速运动, 分别辐射噪声调频干扰^[40]、间歇采样循环卷积干扰^[41]与距离速度联合欺骗干扰。其中噪声调频干扰的中心频率 $f_j=1$ GHz, 振幅 $U_j=1$, 调频斜率 $K_{FM}=10^7$, 发射功率 $P^{(1)}=5000$ W, 极化参数 $\gamma^{(1)}=70^\circ$ 、 $\eta^{(1)}=20^\circ$; 循环转发干扰采用“采 1 转 3”的采样转发策略, 单次采样周期为 2.5 μ s, 采样转发时延为 1 μ s, 发射功率 $P^{(2)}=50$ W, 极化参数 $\gamma^{(2)}=0^\circ$ 、 $\eta^{(2)}=0^\circ$; 距离速度联合欺骗干扰产生 3 个假目标, 调制的时延分别为 10 μ s、0 μ s、15 μ s; 调制的假速度分别为 0 m/s、34 m/s、-74 m/s, 发射功率 $P^{(3)}=5$ W, 极化参数 $\gamma^{(3)}=90^\circ$ 、 $\eta^{(3)}=0^\circ$ 。干扰机发射天线增益 $G_{ij}=1$ dB, 传播过程中的损耗 $L'_s=-16$ dB。根据式(11)~(12)可得各个接收端信噪比与干噪比, 如表 1 所示。

表 1 雷达接收端信噪比与干噪比

Table 1 Values of SNR and JNR in different receivers

	R_{SNR}/dB	$R_{SN}^{(1)}/\text{dB}$	$R_{SN}^{(2)}/\text{dB}$	$R_{SN}^{(3)}/\text{dB}$
receiver 1	-10.77	33.56	13.69	3.23
receiver 2	-10.29	34.01	14.22	3.70
receiver 3	-9.80	34.46	14.78	4.20

3.1 信号分离效果

对基于张量分解的信号分离抗干扰方法进行验证, 同时, 以文献[8,10,16]中的传统方法(fast ICA^[8]、JADE^[10]、P-JADE^[16])为对比方法, 验证本文方法的优越性。首先对传统方法分离得到的 4 路信号分别进行脉冲压缩(Pulse Compression, PC)和动目标检测(Moving Target Detection, MTD)处理。以接收站点 1 为例, 得到 4 个信号的距离-多普勒(Range-Doppler, R-D)平面, 如图 5 所示。

图 5(a)~(d)为 fast ICA^[8]算法分离得到的 4 个信号的 R-D 平面图, 图中显示所有的信号都被噪声干扰所淹没, 在本文场景下该算法完全失效。JADE^[10]算法分离得到的 4 个信号如图 5(e)~(h)所示, 其中 2 个分离信号被噪声完全压制, 无法提取任何点迹目标; 另外 2 个分离信号的 R-D 平面中都存在大量的假目标点迹, 证明该方法无法分离灵巧与欺骗干扰。P-JADE^[16]算法的分离效果与 JADE 相似, 证明即使加入了极化域的信息, 盲分离算法仍无法分离与目标回波时域相关性较高的灵巧/欺骗干扰信号。综上, 在多干扰场景下, 传统的信号分离方法无法实现对干扰信号的抑制, 在分离的信号中难以提取真实目标信息。

同样的场景, 采用本文所提的分离算法进行干扰抑制, 每个站点分离得到的信号如图 6 所示。

图 6 为本文分离方法处理后分离信号的 MTD 结果。其中, 图 6(a)、图 6(e)、图 6(i)分别为 3 个站点接收信号分离后的噪声调频干扰, 图 6(b)、图 6(f)、图 6(j)分别为 3 个站点接收信号分离后的循环转发干扰信号, 结果显示这 2 种干扰能够被较好地分离。由图 6(c)、图 6(d)、图 6(g)、图 6(h)、图 6(k)、图 6(l)可见, 每个接收站点的分离信号 3、4 中都同时出现了目标与假目标的尖峰, 即目标回波信号与欺骗干扰信号没有成功分离, 说明本方法在欺骗干扰存在的情况下分离性能并不稳定。

综合对比本文所提方法与对比的现有分离方法可知, 在主瓣压制干扰与灵巧干扰场景下, 本文所提方法都有明显优势, 这是由于传统的盲源分离方法通过求解混合矩阵的逆矩阵来得到源信号矩阵, 而主瓣干扰与目标的空域相关度很高, 混合矩阵的逆矩阵难以准确估计, 造成了对源信号矩阵估计的较大误差; 而通过张量分解可以直接得到各个源信号的时域波形, 不需要估计混合矩阵, 从而避免了这一误差。同时, 当存在灵巧干扰时, 信号之间的相关性使独立成分分析的独立性前提无法满足, 造成源信号估计误差; 而在张量标准分解中, 只要满足式

(18)的唯一性条件，源信号就能被准确估计。因此本文方法在高相关度条件下较现有方法具备更好分离能力。

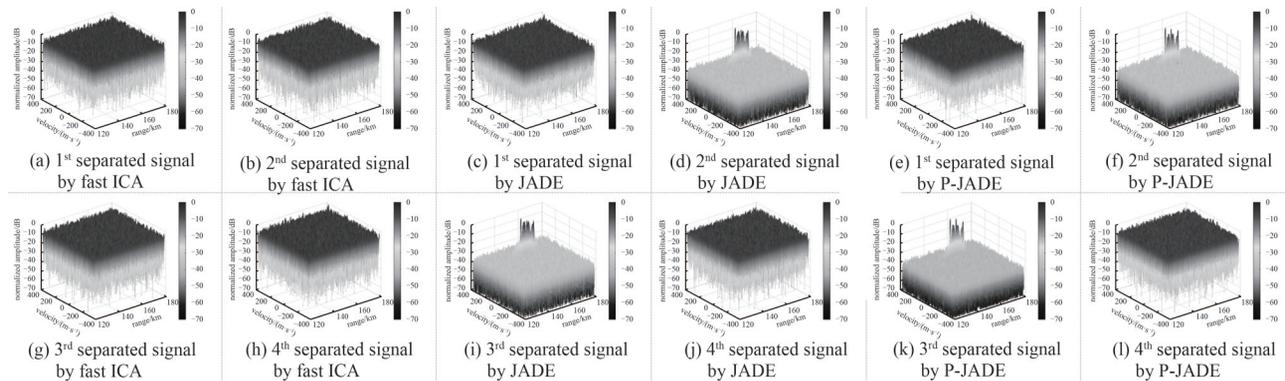


Fig.5 MTD results of the separated signals in site 1 by the existing methods
图5 现有分离方法处理后接收站点1分离信号的MTD结果

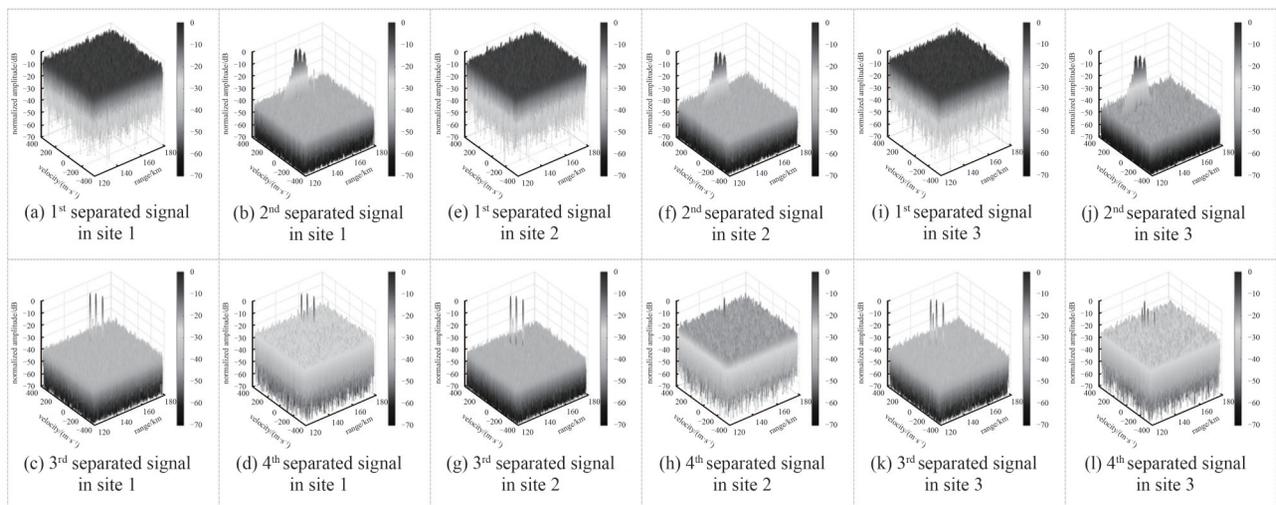


Fig.6 MTD results of the separated signals in every receiving station by the proposed method
图6 本文分离方法处理后各个接收站点分离信号的MTD结果

3.2 定位与测速效果

由于分离算法在存在欺骗干扰的情况下不稳定，因此选择每个站点分离信号中目标回波与欺骗干扰的混合信号进行点迹提取，凝聚后的点迹信息如表2所示。

表2 本文方法分离得到信号的真假目标点迹信息

Table2 Real and false trace points in the R-D plane of the separated signals by the proposed method

	trace point 1		trace point 2		trace point 3		trace point 4	
	range/km	velocity/(m/s)	range/km	velocity/(m/s)	range/km	velocity/(m/s)	range/km	velocity/(m/s)
receiver 1	145.18	151.39	145.18	185.85	149.66	78.08	154.16	152.13
receiver 2	138.92	55.35	138.92	89.81	143.40	-18.70	147.90	55.35
receiver 3	141.34	-108.14	141.34	-73.68	145.82	-182.18	150.32	-108.14

运用本文所提的椭圆定位与三角测速方法进行目标信息的提取，仿真结果如图7所示。在图7(a)中，经过椭圆定位，二维平面中出现了9个点迹，通过对点迹的同源性判别与凝聚，测得目标坐标为(50,60) km，与仿真设置参数相符；经过三角测速后，图7(b)中出现6个真/假目标的速度矢量，通过同源性判别可测得真实目标速度为(-340,1) m/s，与仿真设置值相符。仿真结果证明了算法的有效性。

3.3 多假目标下抗干扰效果

为进一步验证所提方法的性能，在其他条件不变的情况下，增加干扰机3发射信号的假目标数目至40个，每个假目标随机调制时延与假速度。仿真结果如图8所示。

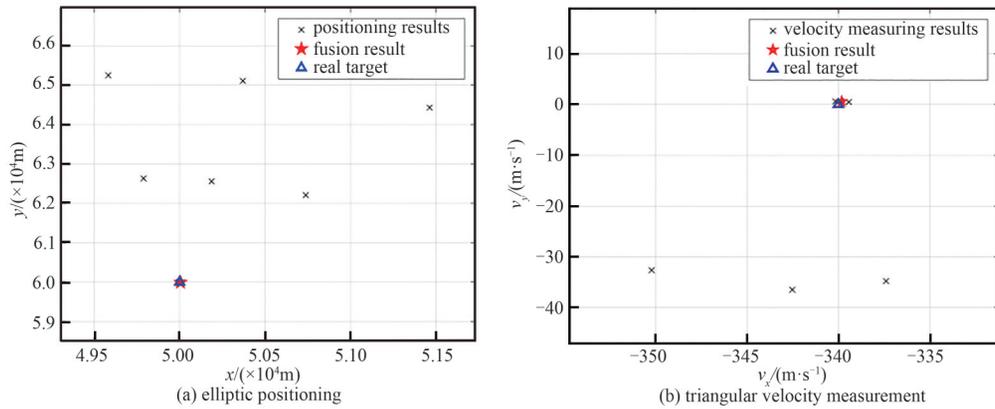


Fig.7 Processing results of the trace points in separated signals

图 7 分离信号点迹处理结果

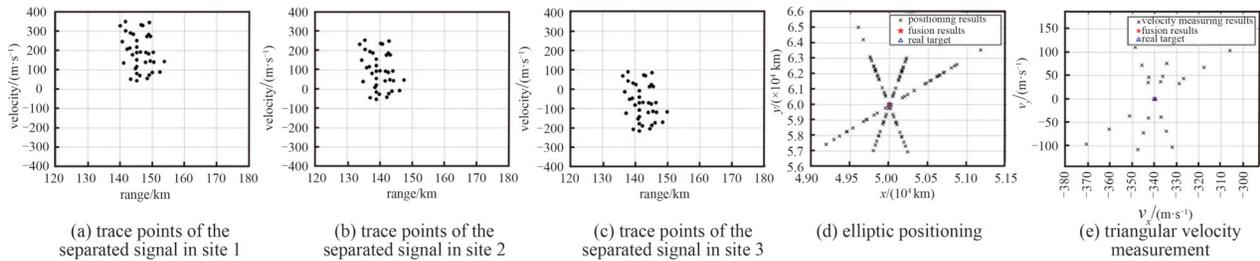


Fig.8 Suppression results of multiple false targets jamming

图 8 多假目标下抗干扰结果

图 8(a)~(c)为各个站点接收信号分离后目标回波与欺骗干扰混合信号的点迹融合结果, 由图可见, 噪声调频干扰与灵巧干扰被滤除, 但真实目标周围存在较多假目标, 目标信息无法被提取; 经过同源定位与测速后, 如图 8(d)~(e)所示, 得到唯一的坐标(50,60) km 与速度矢量(-340,0) m/s, 与仿真设置值相符。由仿真结果可得, 在多个假目标存在的情况下, 本文所提方法仍能准确提取目标的坐标和速度信息。

4 结论

本文提出一种分布式雷达体制下的多域信号处理方法解决复合干扰下的目标探测问题。该方法能成功抑制多种样式的复合干扰, 精确实现目标的参数估计; 并能在噪声类压制干扰、灵巧类干扰和欺骗干扰同时存在的情况下探测目标。通过性能分析, 该方法的抗干扰性能优于现有盲分离算法。

参考文献:

- [1] WANG Zijian, WANG Yi, LI Jiamu, et al. A time-frequency filtering method against interrupted sampling repeater jamming based on histogram energy analysis[C]// International Conference on Geographic Information and Remote Sensing Technology. Kunming, China: SPIE, 2022: 665-675. doi:10.1117/12.2667396.
- [2] DING Yipeng, LI Zhengmin. A blind beamforming algorithm based on time-frequency analysis technology[C]// 2021 the 6th International Conference on Intelligent Computing and Signal Processing(ICSP). Xi'an, China: IEEE, 2021: 367-371. doi:10.1109/ICSP51882.2021.9408707.
- [3] RICHARDS M A. Fundamentals of radar signal processing[M]. New York: McGraw-Hill, 2005.
- [4] ALI K, NOURREDINE A, ELHADI K. Blind image separation using the JADE method[J]. Engineering Proceedings, 2022, 14(1): 20. doi:10.3390/engproc2022014020.
- [5] XIONG Kunlai, YANG Afeng. Blind array signal separation and DOA estimation method based on eigenvalue decomposition[J]. Signal Image and Video Processing, 2021, 15(6): 1107-1113. doi:10.1007/s11760-020-01837-7.
- [6] CUI Wei, GUO Shuxu, REN Lin, et al. Underdetermined blind source separation for linear instantaneous mixing system in the non-cooperative wireless communication[J]. Physical Communication, 2021(45): 101255. doi:10.1016/j.phycom.2020.101255.
- [7] SHARMA R. Musical instrument sound signal separation from mixture using DWT and fast ICA based algorithm in noisy environment[J]. Materials Today: Proceedings, 2020, 29(2): 536-547. doi:10.1016/j.matpr.2020.07.310.
- [8] 郭勇强. 机载雷达有源干扰感知与抑制算法[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021. (GUO Yongqiang. Aircraft radar active

- interference sensing and suppression algorithm[D]. Xi'an, China: Xidian University, 2021.) doi:10.27389/d.cnki.gxadu.2020.002688.
- [9] 王建明,伍光新,周伟光. 盲源分离在雷达抗主瓣干扰中的应用研究[J]. 现代雷达, 2010,32(10):46–49. (WANG Jianming, WU Guangxin,ZHOU Weiguang. A study on radar mainlobe jamming suppression based on blind source separation algorithm[J]. Modern Radar, 2010,32(10):46–49.) doi:10.3969/j.issn.1004–7859.2010.10.011.
- [10] 杨益超. 分布式雷达协同抗干扰与目标角度估计算法研究[D]. 成都:电子科技大学, 2020. (YANG Yichao. Research on distributed radar cooperative anti-jamming and target angle estimation algorithm[D]. Chengdu,China:University of Electronic Science and Technology of China, 2020.) doi:10.27005/d.cnki.gdzku.2020.001925.
- [11] THARWAT A. Independent component analysis: an introduction[J]. Applied Computing and Informatics, 2021,17(2):222–249. doi:10.1016/j.aci.2018.08.006.
- [12] 李永祯. 雷达极化抗干扰技术[M]. 北京:国防工业出版社, 2010. (LI Yongzhen. Radar polarization anti-jamming techniques [M]. Beijing:National Defense University Press, 2010.)
- [13] 徐振海,王雪松,肖顺平,等. 极化敏感阵列滤波性能分析:完全极化情形[J]. 电子学报, 2004,32(8):1310–1313. (XU Zhenhai, WANG Xuesong,XIAO Shunping,et al. Filtering performance of polarization sensitive array:completely polarized case[J]. Acta Electronica Sinica, 2004,32(8):1310–1313.) doi:10.3321/j.issn:0372–2112.2004.08.019.
- [14] 徐振海,王雪松,肖顺平,等. 极化敏感阵列滤波性能分析:相关干扰情形[J]. 通信学报, 2004,25(10):8–15. (XU Zhenhai, WANG Xuesong, XIAO Shunping, et al. Filtering performance of polarization sensitive array: correlated interference case[J]. Journal on Communications, 2004,25(10):8–15.) doi:10.3321/j.issn:1000–436X.2004.10.002.
- [15] 葛萌萌. 认知雷达多维联合抗主瓣干扰研究[D]. 成都:电子科技大学, 2022. (GE Mengmeng. Cognitive radar mainlobe jamming suppression methods via multidimensional signal design and processing[D]. Chengdu,China:University of Electronic Science and Technology of China, 2022.) doi:10.27005/d.cnki.gdzku.2021.000214.
- [16] GE Mengmeng, CUI Guolong, YU Xianxiang, et al. Mainlobe jamming suppression with polarimetric multi-channel radar via independent component analysis[J]. Digital Signal Processing, 2020(106):102806. doi:10.1016/j.dsp.2020.102806.
- [17] 黄大通. 分布式多站雷达抗欺骗干扰技术研究[D]. 成都:电子科技大学, 2020. (HUANG Datong. Research on confronting deception jamming techniques in distributed multi-static radars[D]. Chengdu, China: University of Electronic Science and Technology of China, 2020.)
- [18] 葛萌萌,崔国龙,孔令讲,等. 分布式雷达盲源分离干扰抑制算法[J]. 信号处理, 2017,33(12):1562–1570. (GE Mengmeng,CUI Guolong,KONG Lingjiang,et al. Jamming suppression based on blind source separation in distributed radars[J]. Journal of Signal Processing, 2017,33(12):1562–1570.) doi:10.16798/j.issn.1003–0530.2017.12.006.
- [19] 赵珊珊,张林让,周宇,等. 组网雷达点迹信息融合抗假目标干扰方法[J]. 电子科技大学学报, 2014,43(2):207–211. (ZHAO Shanshan,ZHANG Linrang,ZHOU Yu, et al. Measurement fusion method against false-target jamming for radar network[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2014,43(2):207–211.) doi:10.3969/j.issn.1001–0548.2014.02.009.
- [20] 韩博文,兰天,杨小鹏. 分布式阵列雷达波束-极化域联合主瓣干扰抑制方法[J]. 现代雷达, 2021,43(10):21–26. (HAN Bowen, LAN Tian,YANG Xiaopeng. Beam-space-polarization domain main-lobe jamming suppression method for distributed array radar[J]. Modern Radar, 2021,43(10):21–26.) doi:10.16592/j.cnki.1004–7859.2021.10.004.
- [21] 陈新竹. 多功能数字阵列雷达空域抗有源干扰方法研究[D]. 上海:上海交通大学, 2022. (CHEN Xinzhu. Research on spatial jamming cancellation in multifunction digital array radar[D]. Shanghai, China: Shanghai Jiao Tong University, 2022.) doi: 10.27307/d.cnki.gsjtu.2020.000627.
- [22] 朱永锋,达凯,杨焯. 基于GCI融合的分布式雷达抗欺骗干扰算法[J]. 航空兵器, 2022,29(4):58–63. (ZHU Yongfeng,DA Kai, YANG Ye. GCI fusion-based anti-deception jamming algorithm for distributed radar[J]. Aero Weaponry, 2022,29(4):58–63.) doi:10.12132/ISSN.1673–5048.2022.0034.
- [23] 辛文超. 基于张量分解的音频信号分类研究[D]. 包头:内蒙古科技大学, 2021. (XIN Wenchao. Research on audio signal classification based on tensor decomposition[D]. Baotou,China:Inner Mongolia University of Science&Technology, 2021.) doi: 10.27724/d.cnki.gnmkg.2020.000583.
- [24] 李雪. 基于博弈论的极化MIMO雷达抗干扰技术研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2021. (LI Xue. Study on anti-jamming technology of polarization MIMO radar based on game theory[D]. Xi'an,China:Xidian University, 2021.) doi:10.27389/d.cnki.gxadu.2020.002895.
- [25] 王红,马景旭,贾文霄,等. 弥散张量成像FA值和ADC值在颅内肿瘤病变中的应用[J]. 磁共振成像, 2012,3(2):136–140. (WANG Hong,MA Jingxu,JIA Wenxiao,et al. Application of magnetic resonance diffusion tensor imaging in intracranial tumor[J].

- Chinese Journal of Magnetic Resonance Imaging, 2012,3(2):136–140.) doi:10.3969/j.issn.1674–8034.2012.02.009.
- [26] 程代展,齐洪胜,赵寅. 布尔网络的分析与控制—矩阵半张量积方法[J]. 自动化学报, 2011,37(5):529–540. (CHENG Daizhan, QI Hongsheng, ZHAO Yin. Analysis and control of Boolean networks: a semi-tensor product approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2011,37(5):529–540.) doi:10.3724/SP.J.1004.2011.00529.
- [27] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量—航空磁测技术的最新进展[J]. 工程地球物理学报, 2006,3(5):354–361. (ZHANG Changda. Airborne tensor magnetic gradiometry—the latest progress of airborne magnetometric technology[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2006,3(5):354–361.) doi:10.3969/j.issn.1672–7940.2006.05.005.
- [28] 刘晓波,华祖林,何国建. 计算流体力学的科学计算可视化研究进展[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2004(1):120–125. (LIU Xiaobo, HUA Zulin, HE Guojian. Advances in ViSC of CFD[J]. Journal of Hydrodynamics, 2004(1):120–125.)
- [29] FENG Jun, LI Xiaoqin, LIU Xi, et al. Seismic data denoising based on tensor decomposition with total variation[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2021,18(7):1303–1307. doi:10.1109/LGRS.2021.3054765.
- [30] MOHAMAD J, DALLA M M, PIERRE C. Hyperspectral image classification based on mathematical morphology and tensor decomposition[J]. Mathematical Morphology—Theory and Applications, 2020,4(1):1–30. doi:10.1515/mathm-2020-0001.
- [31] 杨立东,辛文超,胡江涛,等. 基于 Tucker 分解的音频分类方法的研究[J]. 内蒙古科技大学学报, 2020,39(3):246–250. (YANG Lidong, XIN Wenchao, HU Jiangtao, et al. Study on audio classification based on Tucker decomposition[J]. Journal of Inner Mongolia University of Science and Technology, 2020,39(3):246–250.) doi:10.16559/j.cnki.2095–2295.2020.03.010.
- [32] HOU Xiaogang, QI Guanglei. Matrix variate deep belief networks with CP decomposition algorithm and its application[J]. Multimedia Systems, 2020,26(5):571–583. doi:10.1007/s00530-020-00666-5.
- [33] DE-LATHAUWER L, CASTAING J. Blind identification of underdetermined mixtures by simultaneous matrix diagonalization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008,56(3):1096–1105. doi:10.1109/TSP.2007.908929.
- [34] 张延良,楼顺天,张伟涛. 欠定盲源分离混合矩阵估计的张量分解方法[J]. 系统工程与电子技术, 2011,33(8):1703–1706. (ZHANG Yanliang, LOU Shuntian, ZHANG Weitao. Estimation of underdetermined mixture matrix in blind source separation based on tensor decomposition[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011,33(8):1703–1706.) doi:10.3969/j.issn.1001–506X.2011.08.05.
- [35] 艾小凡,罗勇江,赵国庆. 基于张量正则分解的时频混叠信号欠定盲分离方法[J]. 航空学报, 2015,36(10):3393–3400. (AI Xiaofan, LUO Yongjiang, ZHAO Guoqing. Canonical decomposition approach for underdetermined blind separation of non-disjoint sources[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2015,36(10):3393–3400.) doi:10.7527/S1000–6893.2014.0319.
- [36] LIU Yipeng, LIU Jiani, LONG Zhen, et al. Tensor computation for data analysis[M]. Switzerland:Springer, 2022. doi:10.1007/978–3–030–74386–4.
- [37] SIDIROPOULOS N D, BRO R. On the uniqueness of multilinear decomposition of n-way arrays[J]. Journal of Chemometrics, 2000,14(3):229–239. doi:10.1002/1099–128X(200005/06)14.
- [38] KRUSKAL J B. Three-way arrays:rank and uniqueness of trilinear decompositions, with application to arithmetic complexity and statistics[J]. Linear Algebra and its Applications, 1977,18(2):95–138. doi:10.1016/0024–3795(77)90069–6.
- [39] 赵国庆. 雷达对抗原理[M]. 2 版. 西安:西安电子科技大学出版社, 2012. (ZHAO Guoqing. Principle of radar countermeasure[M]. 2nd ed. Xi'an, China: Xidian University Press, 2012.)
- [40] GE Mengmeng, CUI Guolong, YU Xianxiang, et al. Mainlobe jamming suppression via blind source separation[C]// 2018 IEEE Radar Conference. Oklahoma City, OK, USA: IEEE, 2018:914–918. doi:10.1109/RADAR.2018.8378682.
- [41] XIONG Wei, ZHANG Gong, LIU Wenbo. Efficient filter design against interrupted sampling repeater jamming for wideband radar[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2017(9):9–20. doi:10.1186/s13634–017–0446–3.

作者简介:

潘步年(1998–), 男, 在读硕士研究生, 主要研究方向为多域信号处理抗干扰. email:bunianpan@std.uestc.edu.cn.

谭睿(1999–), 男, 在读硕士研究生, 主要研究方向为抗干扰协同波形设计.

汪兵(1987–), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向为电子对抗技术.

余显祥(1991–), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达波形设计与处理、最优化理论算法等.

沙明辉(1986–), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向为雷达抗干扰和信号处理.

崔国龙(1982–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达目标检测理论、波形多样性以及阵列信号处理等.