

文章编号: 1672-2892(2010)01-0041-05

## 波混沌腔体中阻抗和散射的通用特性

闫二艳<sup>1,2</sup>, 马弘舸<sup>1</sup>, 孟凡宝<sup>1</sup>, 王艳<sup>1</sup>, 陈朝阳<sup>2</sup>

(1.中国工程物理研究院 应用电子学研究所, 四川 绵阳 621900; 2.中国工程物理研究院 研究生部, 北京 100088)

**摘要:**以计算机机箱腔体为例, 开展实验得到了大量的腔体散射矩阵和辐射散射矩阵。通过 Dyson 圆系综验证了微波腔体中波混沌散射的存在。对于给定波混沌腔体系统的损耗, 可以通过随机矩阵理论得到系统的归一化阻抗和归一化导纳。将实验得到的以及依据随机矩阵理论得到的归一化阻抗进行比较, 其结果一致, 说明随机矩阵理论对波混沌系统具有预测功能。实验得到的归一化阻抗和归一化导纳的统计特性也一致, 这两个物理量与系统的耦合无关。

**关键词:**波混沌; 搅拌效率; 辐射阻抗归一化过程; Dyson 圆系综; 随机矩阵理论

**中图分类号:** TN73; O415.5

**文献标志码:** A

## Universal statistic properties in microwave chaotic systems

YAN Er-yan<sup>1,2</sup>, MA Hong-ge<sup>1</sup>, MENG Fan-bao<sup>1</sup>, WANG Yan<sup>1</sup>, CHEN Chao-yang<sup>2</sup>

(1. Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621900, China; 2. Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China)

**Abstract:** The ensemble of the cavity scattering matrix and the corresponding radiation scattering matrix were obtained within the computer-box cavity. For a given Loss-Case cavity, normalized impedance and normalized admittance were obtained by random matrix theory. Dyson's circular ensemble proved the existence of wave-chaotic in the cavity. The good agreements between the experimentally observed values and the Random Matrix Theory results were achieved for the normalized impedance, which indicated the prediction function of random matrix theory on wave chaotic systems. There was a good agreement between the statistic properties of normalized impedance and normalized admittance obtained in experiments, which testified that these two physical quantities were unaffected by the coupling of systems.

**Key words:** wave-chaotic; stir efficiency; radiation impedance normalization process; Dyson's circular ensemble; random matrix theory

电磁波辐射进出设备的耦合问题是科学界普遍存在的问题, 是现在电磁兼容和高功率微波效应研究的一个热点。随着电子技术的发展, 外界电磁波可以通过孔、缝耦合、传输线耦合等多种复杂方式影响整个系统, 而传统研究对象只针对固定系统<sup>[1-2]</sup>, 研究结果不能给相似的结构提供预测。即使利用高效的电磁场软件进行分析仍然是一个挑战, 这主要有 2 个原因: 1) 对于某些系统, 当电磁干扰波长与目标特征尺寸可比拟的情况下, 计算时比较难划分网格; 2) 腔体内部的场结构对于外部微波频率、腔体形状及内部元件位置的细微改变极其敏感。辐射的耦合特性与耦合结构的尺寸、形状以及入射频率息息相关。这就要求引入一种统计方法来描述电磁学问题。种种电子设备总有些不同, 而即使这些小的不同也可能导致描述电磁波的物理量有大的波动。例如: 封装体里面的软电缆位置的细微变动, 也会直接影响到内部场分布。所以需要一种用来量化具有不确定因素系统特性的统计方法, 本文采用概率分布函数来描述<sup>[3]</sup>。

Wiger 在研究大核能级时使用统计方法来论述, 即随机矩阵理论(Random Matrix Theory, RMT)。其中线性波动方程被线性矩阵方程所代替, 矩阵的元素为随机变量。这样电磁波混沌系统波动方程的本征值和本征函数可以通过随机矩阵理论来描述<sup>[4-5]</sup>。不少学者对经典的准二维混沌射线腔体中的场分布进行了研究<sup>[6]</sup>, 但是在实际工程中混沌散射存在与否, 其腔体中的电磁量统计分布如何, 还有待具体研究。通过研究不规则形状微波腔体的波混

沌散射现象,促进了电磁波混沌散射的研究和在工程中的应用。本文以计算机机箱为例,开展了波混沌散射的实验研究,着重讨论了腔体中存在的波混沌散射,以及归一化阻抗和归一化散射的统计通用性,并对 RMT 的预测能力进行初步分析。

## 1 实验系统的搭建及测量

以计算机主机箱为研究对象。机箱的物理尺寸为:430 mm×420 mm×180 mm,机箱内放置一个电路板,电路板大小为 125 mm×110 mm,将单片机的复位脚作为目标孔(孔 2),且在目标孔处接上直径为 0.90 mm,长度为 15 mm 的小探针,小探针与电路板上其他元件断开,采用周长为 100 mm 的小圆环,为磁激励方式(孔 1)。简单示意图见图 1(a)。

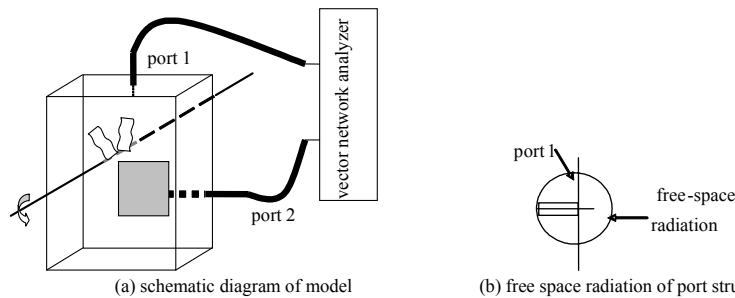


Fig.1 Schematic diagram of computer box model and free space radiation of port structure  
图 1 计算机机箱模型示意图和孔结构的自由空间辐射示意图

为了讨论归一化阻抗  $z$  和归一化散射矩阵  $s$  的统计通用性,首先测量 3 GHz~18 GHz 频率范围内的腔体散射矩阵  $S$ 。采用模式搅拌的方法,在腔体中引入 3 个模式搅拌桨,其尺寸分别为:100 mm×50 mm×3 mm、100 mm×50 mm×3 mm 和 70 mm×50 mm×3 mm,搅拌桨的边界做成不规则的锯齿形状,避免在转动过程中与腔体内壁形成驻波。调整腔体中搅拌桨的不同方位以便产生不同内部结构,对于每一种内部结构,在 3 GHz~18 GHz 范围内使用矢量网络分析仪(Agilent E8363B)等间距步长(16 000 步)测量散射矩阵  $S$ ,在机箱腔体内 72 个不同的位置上旋转搅拌桨,可以测量得到大量腔体散射矩阵  $S$ (16 000×72)。需要测量描述耦合孔形状的辐射散射  $S_{rad}$ (见图 1(b)),主要测试激励波进入腔体以后,未被反射回激励孔情况下的散射系数。所以要移走包括金属杆在内的 3 个模式搅拌桨,并在腔体内壁贴上微波吸收材料,使用这种方法可以近似将内壁移动到无穷远处。通过微波吸收材料来模拟测量辐射散射系数的无穷损耗,在激励源和目标点周围留下半径约为  $r=50$  mm 的圆,微波吸收材料严格抑制内壁的反射。同样在 3 GHz~18 GHz 范围等间距步长(16 000 步)测量辐射散射矩阵  $S_{rad}$ 。

## 2 测量结果分析

### 2.1 波混沌系统的证明

#### 2.1.1 混沌系统的初步证明

根据 RMT 可以得到系统的归一化阻抗<sup>[5,7]</sup>,而 RMT 的应用前提是系统为波混沌系统。由混响室理论,可以用搅拌效率来判断波的混沌性。这是因为波混沌腔体中的内部场结构对搅拌非常敏感,效率越高说明系统中混沌射线越多。

通过测量的大量腔体散射矩阵,选取其中模式搅拌桨在 72 个不同方位的  $S$  矩阵,将每个频率点上的最大传输功率与最小传输功率的比值定义为搅拌效率  $\eta$ ,根据  $\eta$  的大小就可以粗略判断腔体中散射的波混沌性。通过分析,结果如图 2 所示,可以看出系统对应的搅拌效率  $\eta$  波动范围为 60 dB 左右,其分布近似均值为 50.1 dB,标准方差为 13.2 dB 的高斯分布;说明当搅拌桨在腔体里旋转时,腔体里有非常大的场波动,内部场形状对搅拌桨位置的方向性具有很强的敏感性,因此有利于混沌射线动力学的应用。

#### 2.1.2 辐射阻抗归一化过程

通过计算腔体辐射散射矩阵  $S_{rad}$  和相应频率上的散射矩阵  $S$ ,根据 Sameer Hemmady<sup>[8]</sup> 给出的辐射散射矩阵归一化过程,可以得到相应频率点上的归一化阻抗  $z$  和归一化散射矩阵  $s$ 。每个频率点的归一化阻抗  $z$ 、归一化散射矩阵  $s$  和归一化导纳矩阵  $y$  为:

$$z = (\text{Re}[Z_{rad}])^{-1/2} (Z - j \text{Im}[Z_{rad}]) (\text{Re}[Z_{rad}])^{-1/2} \quad (1)$$

$$s = (z - I)(z + I)^{-1} \tag{2}$$

$$y = 1/z \tag{3}$$

其中腔体阻抗  $Z$  和辐射阻抗  $Z_{\text{rad}}$  分别通过下面式子求得：

$$Z = Z_0^{1/2} (I + S)(I - S)^{-1} Z_0^{1/2} \tag{4}$$

$$Z_{\text{rad}} = Z_0^{1/2} (I + S_{\text{rad}})(I - S_{\text{rad}})^{-1} Z_0^{1/2} \tag{5}$$

其中  $I$  为  $2 \times 2$  的单位矩阵，矩阵  $Z_0$  为实对角矩阵，其元素为连接激励孔传输线的特征阻抗，假设测量频率范围内连接孔的同轴线特征阻抗为 50  $\Omega$ 。

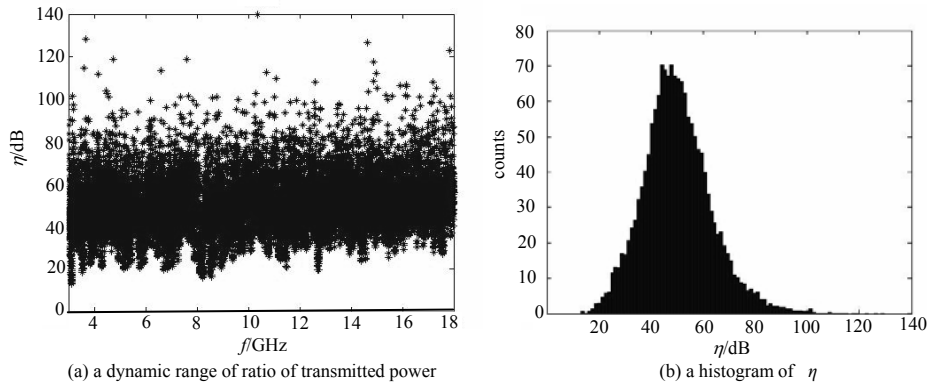


Fig.2 A dynamic range of  $\eta$  over the frequency range of 3 GHz -18 GHz and a histogram of  $\eta$

图 2 在 3 GHz~18 GHz 范围内，搅拌效率  $\eta$  波动范围和其统计分布

### 2.1.3 圆系综证明波混沌散射特性

Dyson 系综理论是混沌动力学研究<sup>[4,9]</sup> 更常用的方法，该理论采用验证系统矩阵本征值和本征相位是否具有统计独立性，本征相位是否均匀分布来判定系统波混沌性。对应起来就是验证归一化散射矩阵本征值和本征相位是否具有统计独立性，同时检验本征相位是否均匀分布。为此先讨论归一化散射矩阵  $s$  的统计独立性特性。因为机箱内壁不是理想的导电材料，归一化散射矩阵  $s$  是一个模值小于 1 的复矩阵，为了证明此系统为波混沌系统，根据 Dyson 圆定理，归一化散射矩阵  $s$  重要的统计特性是模值  $|s|$  和散射相位  $\theta_s$  具用统计独立性。以 3 GHz~6 GHz 的频段范围为例进行研究，并忽略频率对损耗常数的影响。

由于归一化散射矩阵  $s$  是一个复矩阵，有 2 个复数本征值  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ ， $\lambda_s = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\lambda_1|e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & |\lambda_2|e^{j\theta_2} \end{bmatrix}$ ，其中  $|\lambda_1| < 1, |\lambda_2| < 1$ 。如果将两个本征值放在一起，任取其中之一都不会改变其统计特性。实验结果如图 3 所示。

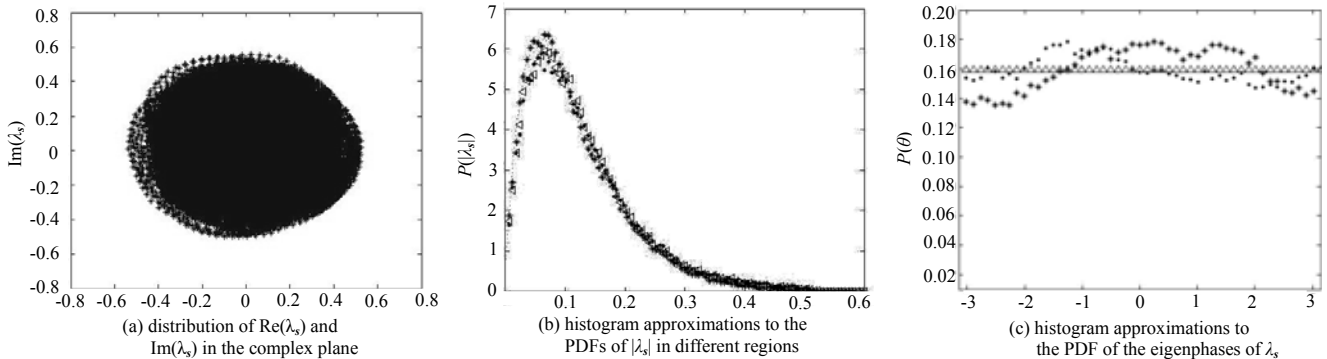


Fig.3 Distribution of the eigenvalues of normalized scattering matrices ( $s$ )

图 3 腔体归一化散射矩阵  $s$  本征值分布

其中图 3(a)为归一化散射矩阵  $s$  本征值实部与虚部的分布；图 3(b)为不同的本征相位角范围内，不同区域内归一化散射矩阵  $s$  本征值模的频率统计数即近似的概率密度函数(PDF)，其中星号、三角形、圆点与点划线分别表示相位角在  $[-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}]$ ， $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ ， $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  和  $[\pi, \frac{3\pi}{4}] \cup [-\pi, -\frac{3\pi}{4}]$  范围内  $s$  本征值模的 PDF。可见 4 个 PDFs 基本一致，表明本征

值的模具有统计独立性；图 3(c)为归一化散射矩阵  $s$  本征相位的频率统计数的近似 PDFs，其中星号和圆点分别对应于  $0 \leq \lambda_s \leq 0.12$  和  $0.12 \leq \lambda_s \leq 0.5$  区域的本征相位的 PDF，而三角形标志为 Dyson 圆系综推导的理论值  $P(\theta_\lambda) = 1/2\pi$ 。可以看出两个统计结果近似一致，表明归一化散射矩阵  $s$  的本征相位为均匀分布且具有统计独立性。

综上所述，此计算机机箱为波混沌系统，可以进一步应用随机矩阵理论进行研究。

## 2.2 归一化阻抗矩阵的统计特性

经证实腔体中的散射为波混沌散射，并且归一化散射矩阵  $s$  具有统计通用性。那么基于归一化散射矩阵得到的归一化阻抗和归一化导纳也应该具有统计普适性。为了证明这一点，可以将归一化阻抗  $z$  本征值的边缘概率密度函数作为研究对象进行分析。

首先根据辐射阻抗归一化过程，由实验测量的大量  $S_{rad}$  和相应频率上的散射矩阵  $s$ ，利用辐射归一化过程得到归一化阻抗  $z$  系综；然后根据 RMT 计算得到该值。实验中，归一化阻抗矩阵  $z$  是一个复矩阵，有两个复数本

征值  $\lambda'_1$  和  $\lambda'_2$ ， $\lambda'_z = \begin{bmatrix} \lambda'_1 & 0 \\ 0 & \lambda'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\lambda'_1| e^{j\phi'_1} & 0 \\ 0 & |\lambda'_2| e^{j\phi'_2} \end{bmatrix}$ ，同样任取其一不会改变其统计特性。以 4.5 GHz~5.5 GHz 频段

为例，结果如图 4 所示，其中左边为归一化阻抗本征值虚部的边缘 PDFs，实线为损耗因子  $\alpha = 20$  时用 RMT 方法计算得到  $\text{Im}[\lambda'_z]$  的 PDF，三角为实验测量所得  $\text{Im}[\lambda'_z]$  的 PDF；右边为归一化阻抗本征值实部的边缘 PDFs，实线为损耗因子  $\alpha = 20$  时用 RMT 方法计算所得  $\text{Re}[\lambda'_z]$  的 PDF，三角为实验测量所得  $\text{Re}[\lambda'_z]$  的 PDF。

经比较可以看出：在一定的腔体损耗常数下，实验测量的  $\text{Re}[\lambda'_z]$  和  $\text{Im}[\lambda'_z]$  的统计特性与理论计算归一化阻抗矩阵  $z$  的  $\text{Re}[\lambda'_z]$  和  $\text{Im}[\lambda'_z]$  统计特性基本一致；如已知系统损耗，可以用随机矩阵理论对波混沌系统的归一化阻抗矩阵的统计特性进行描述。

## 2.3 归一化阻抗矩阵和归一化导纳矩阵统计特性对比分析

上面讨论了归一化阻抗具有普适性，且与随机矩阵理论计算得到的统计结果一致。理论上同一混沌系统的归一化阻抗和归一化导纳的本征值应该具有相同的统计分布。在 3 GHz~6 GHz 频率范围内，按照同样的方法来讨论该系统的归一化阻抗和归一化导纳的统计分布，如图 5 所示，图中  $i$  分别代表  $y$  和  $z$ 。在移动参考面后，其网络的散射参量发生改变。从图 5 中可以看出归一化阻抗  $z$  和归一化散射矩阵  $y$  的统计特性并没有随参考面的移动而改变，且归一化阻抗和归一化导纳的本征值具有相同的统计分布。所以  $z$  和  $y$  的统计特性与腔体的耦合和激励频率无关，该系统为波混沌系统。

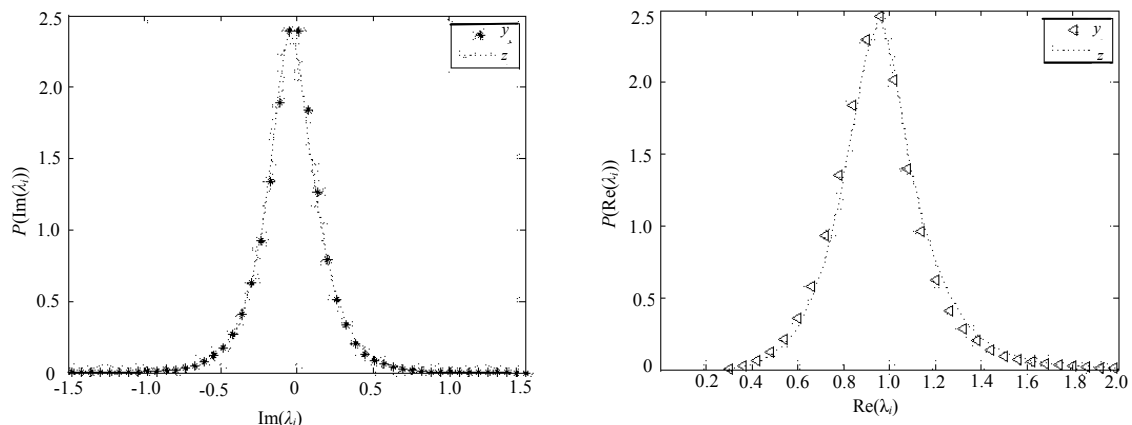


Fig.4 Marginal PDFs for the imaginary and real parts of the eigenvalues of the normalized cavity impedance

图 4 归一化阻抗本征值虚部和实部的边缘概率密度函数

Fig.5 Marginal PDFs for the imaginary and real parts of the eigenvalues of the normalized impedance and admittance

图 5 归一化阻抗和归一化导纳本征值虚部和实部的边缘 PDFs

### 3 结论

本文以计算机机箱为例,实验验证了腔体中波混沌散射的存在。对于一个波混沌腔体系统,给定相应频率下的损耗,可以通过 RMT 理论计算系统的归一化阻抗。通过归一化阻抗  $z$  和由 RMT 计算的  $z$  的本征值实部与虚部的统计分析,发现其统计特性一致;经过对归一化阻抗  $z$  和归一化导纳  $y$  的本征值实部与虚部的统计结果的对比分析,发现这两个物理量的统计特性一致,且与系统的耦合无关,不会随着参考面的移动而改变。

综上所述,计算机机箱为波混沌系统,其中一些物理量具有统计通用性。对于给定损耗的系统,结合 RMT 和辐射散射过程,利用辐射阻抗归一化逆过程,可以还原系统的耦合状态,并对系统进一步深入研究。

致谢:在本研究中,得到了中国工程物理研究院应用电子学研究所效应技术组领导和同事的关怀和帮助,也得到陈玲和刘廷军在实验中提供的帮助。在此,向他们表示衷心的感谢!

#### 参考文献:

- [1] 陈修桥,胡以华,张建华,等. 计算机机箱的电磁脉冲耦合模拟仿真[J]. 系统仿真学报, 2004,16(12):2786-2788.
- [2] 刘长军,黄卡玛,闫丽萍,等. 电磁辐射作用于计算机主板的模拟及效应评估[J]. 强激光与粒子束, 2006,18(5):847-852.
- [3] Holland R, John R S. Statistical electromagnetics[C]// Air force research laboratory, Kirtland air force base, 1998.
- [4] Mehta M L. Random Matrices[M]. San Diego:Academic Press, 1991.
- [5] Zheng X, Antonsen T M, Ott E. Statistics of impedance and scattering matrices in chaotic microwave cavities: single channel case[J]. Electromagnetics, 2006(26):3-35.
- [6] H-Jstöckmann. Quantum chaos[M]. London:Cambridge University Press, 1999.
- [7] Zheng X, Antonsen T M, Ott E. Statistics of Impedance and Scattering Matrices in Chaotic Microwave Cavities with multiple ports[J]. Electromagnetics, 2006(26):37-55.
- [8] Hemmady S, Zheng X, Hart J, et al. Universal properties of two-port scattering impedance and admittance matrices of wave-chaotic systems[J]. Phys.Rev.E., 2006,74(3):036213(12).
- [9] Muttalib K A, Ismail M E H. Impact of localization on Dyson's circular ensemble[J/OL]. (1995-10-02)[2008-03-28]. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/951005v1>.

#### 作者简介:



闫二艳(1978-),女,河南省焦作市人,博士,主要从事高功率微波效应机理研究.  
email:yaneryan\_2002@163.com.

马弘舸(1973-),男,四川省绵阳市人,博士,副研究员,从事高功率微波效应研究.

孟凡宝(1961-),男,山东省潍坊市人,博士,研究员,从事高功率微波技术与应用研究.

王艳(1975-),女,四川省温江市人,本科,助理研究员,从事高功率微波效应研究.

陈朝阳(1986-),男,贵州省六盘水市人,本科,研究实习员,从事高功率微波效应研究.