

文章编号: 2095-4980(2021)05-0864-05

一种椭球体模型下的方位时差联合定位算法

王玉林¹, 张海瑛¹, 涂海洋²

(1.中国电子科技集团公司 第 54 研究所, 河北 石家庄 050081; 2.空装北京军代局 驻石家庄地区军代室, 河北 石家庄 050081)

摘要: 方位时差联合定位系统普遍应用在电子侦察领域, 针对目标距离观测站较远时, 地球球体模型会带来定位精度差的问题, 提出了一种适用于地球椭球体模型的方位时差联合定位算法。该算法首先建立了双站方位时差联合定位数学模型, 结合地球球体模型, 解球面三角形, 获得解析解; 然后引入方位平面假设, 将大地坐标系下的方位观测方程转换到地心直角坐标系下, 结合地球椭球体方程和时差测量方程, 从解析解出发, 基于牛顿迭代法获得精确解, 通过仿真验证算法性能。算法提出远距离方位时差联合定位的一种解决思路, 为工程实现提供了技术参考。

关键词: 地球模型; 定位; 方位; 测向; 到达时差; 牛顿迭代法

中图分类号: TN971

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2019561

A position finding method of azimuth and time difference with ellipsoid model

WANG Yulin¹, ZHANG Haiying¹, TU Haiyang²

(1.The 54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang Hebei 050081, China;

2.Armament Department in Shijiazhuang, Beijing Military Representative Bureau of the Air Force, Shijiazhuang Hebei 050081, China)

Abstract: Position finding system with azimuth and time difference is commonly applied in electronic reconnaissance filed. In long-distance geo-location, a poor positioning accuracy would be caused by inaccurate earth model. An algorithm for azimuth and time difference joint positioning is proposed. In this method, a theoretical model of two-station azimuth and time difference joint positioning is established, and a rough analytical solution is obtained by solving the spherical triangle combining the spherical model of the earth. Then, the azimuth observation equation in the spherical coordinate system is converted into a plane equation. The earth ellipsoid model time difference measurement equation under the geocentric rectangular coordinate system is introduced. Starting from the rough solution, the exact solution is obtained based on Newton iteration method. Finally, the effectiveness of the model is verified by experimental simulation. The proposed method solving positioning finding of azimuth and time difference in long distance provides a technical reference for engineering implementation.

Keywords: earth model; position finding; azimuth; direction finding; time difference of arrival; Newton iteration

测向定位和时差定位在工程上得到了广泛的应用, 其中测向定位系统至少需要两个观测站, 时差定位系统至少需要 3 个观测站, 即一主站和两辅站。为了提高定位精确度, 时差定位系统要求主辅站之间拉开一定的距离和角度, 但在某些应用背景下, 受当地地理环境和建设成本等因素的制约, 无法保证构建出 3 个合适的观测站, 一般会对其中某站增加测向功能, 于是双站时差方位联合定位体制应运而生。根据当前技术水平, 方位角测量误差一般为 1° , 时差测量误差一般在 100 ns 左右(含系统误差), 站间距相当的情况下, 测向交汇定位精确度低于时差定位精确度。双站时差方位联合定位方法综合了测向交汇观测站数目少和时差定位误差低的优点, 具有广阔的应用前景。双站时差方位联合定位算法研究方面, 二维平面模型适用于近距离定位场景, 且假设目标与观测站共面, 一般建立二维直角坐标系通过解三角函数可获得定位结果^[1-2]。文献[3]将定位模型建立在三维空间坐标系下, 引入二维测向, 即方位角和俯仰角, 获取目标的三维位置, 其使用场景一般是地面观测站对

收稿日期: 2019-12-23; 修回日期: 2020-04-14

基金项目: 装备预先研究资助项目(30601020103)

空中目标的定位，但二维测向工程实现复杂度较高，尤其远距离侦测时，目标高度引起的俯仰角只有几度，俯仰角的测量误差甚至大于俯仰真值，所以实用性不强。文献[4]针对蜂窝移动通信系统中多基站对移动台的时差方位联合定位方法，提出了改进最小二乘方法，适用于多个观测站或有批量观测数据的情况。在地面观测站对空中目标远距离侦测定位的应用场景下，地球曲率不能忽略，二维平面模型下的定位算法不再适用；文献[5]虽然考虑了地球曲率，但是在方位角与直角坐标转换时存在误差。为弥补上述研究的不足，结合工程项目需求，考虑侦测作用距离几百公里的情况，引入地球椭球体模型，需要寻找能适应地球椭球体模型的方位时差联合定位方法^[6-16]。考虑到方位角定义在大地坐标系，时差定义在地心直角坐标系，本文将二者有机联合起来从而使观测方程纳入同一个坐标体系。文中引入的不相关观测量包括方位角和时差，可确定的目标位置参数为经度和纬度，目标高度通过其他途径获得。

1 球体模型下的方位时差联合定位算法

大地坐标系下方位时差交汇定位示意图如图 1 所示，设定目标位于 $T(\lambda_T, \varphi_T)$ ，两个观测站分别位于 $P_1(\lambda_1, \varphi_1), P_2(\lambda_2, \varphi_2)$ ，地球北极表示位于 N ，其中， λ_T, λ_1 和 λ_2 分别表示目标和两观测站的经度， φ_T, φ_1 和 φ_2 分别表示目标和两观测站的纬度。如图 2 所示，三点构成球面三角形 P_1P_2T ，用 A, B, C 表示球面三角形 P_1P_2T 的三个角，用 α, β 和 γ 表示角度对应的三条边。可通过解球面三角形 P_1P_2T 求解目标位置，目标到两观测站的距离分别记为 α 和 β ，观测站之间距离记为 γ ，距离差近似为大圆弧之差。观测量为 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 观察 $T(\lambda_T, \varphi_T)$ 的方位角 θ ，目标到达两观测站距离差 $\alpha - \beta$ (由时差转换而来)。

球面三角形 P_1P_2T 的已知条件是： A, γ 和 $\alpha - \beta$ 。

引用耐普尔公式

$$\tan \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\sin \frac{A - B}{2} \tan \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{A + B}{2}} \quad (1)$$

求得角度 B ：

$$B = 2 \arctan \left(\frac{\tan \frac{\gamma}{2} - \tan \frac{\alpha - \beta}{2} \tan \frac{A}{2}}{\tan \frac{\alpha - \beta}{2} + \tan \frac{\gamma}{2}} \right) \quad (2)$$

引用耐普尔公式

$$\tan \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\cos \frac{A - B}{2} \tan \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{A + B}{2}} \quad (3)$$

求得

$$\alpha + \beta = 2 \arctan \frac{\cos \frac{A - B}{2} \tan \frac{\gamma}{2}}{\cos \frac{A + B}{2}} \quad (4)$$

求得距离和 $\alpha + \beta$ ，进一步得到 α, β 。再建立第二个球面三角形 NP_1T ，问题转换为已知到某站的距离和方位求目标位置，已知参数为 β, θ 和 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ ，等效于根据两边及一夹角解球面三角形，再次引用耐普尔公式即可求得地球球体模型下方位时差联合定位解，该解属于解析解。

2 椭球体模型下的方位时差联合定位算法

球体模型下方位时差联合定位的解析求解过程引入了一个假设条件，距离差等于大圆弧的差，在视距情况下，无线电波沿直线传播，假设条件并不成立。球体模型下的解算结果仅作为初值，下面推导 WGS84 地球椭球体模型下的方位时差联合定位方法。

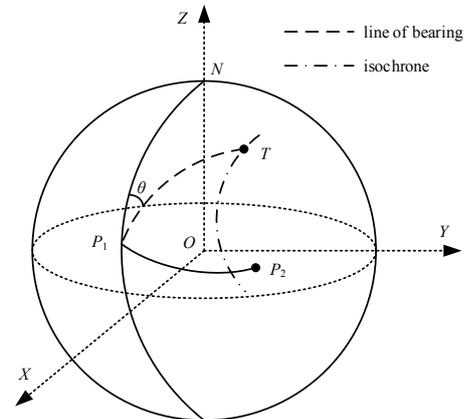


Fig.1 Position finding of azimuth and time difference of arrival
图 1 方位时差交汇定位示意图

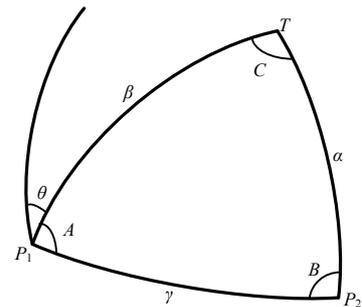


Fig.2 Spherical triangle P_1P_2T
图 2 球面三角形 P_1P_2T

大地坐标系下, 方位角的定义为:

$$\theta = \arctan \frac{\sin(\lambda_T - \lambda_1)}{\tan \varphi_T \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \cdot \cos(\lambda_T - \lambda_1)} \quad (5)$$

在地心直角坐标系下, 目标的位置坐标表示为:

$$x_T = (R_e + H_T) \cos \varphi_T \cos \lambda_T \quad (6)$$

$$y_T = (R_e + H_T) \cos \varphi_T \sin \lambda_T \quad (7)$$

$$z_T = \left((1 - e^2) R_e + H_T \right) \sin \varphi_T \quad (8)$$

式中: R_e 为地球半径; H_T 为预先已知的目标高度值; 对于近地或地表目标可认为 $H_T = 0$ 。

从观测站 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 观察目标 $P_T(\lambda_T, \varphi_T)$ 的方位角 θ 定义为, 过地球球心 O , $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$, $P_T(\lambda_T, \varphi_T)$ 的大圆在点 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 处的切线, 与过点 $O, P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 、地球北极 N 的大圆在点 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 处的切线之间的夹角。大圆可认为是地球被过地球球心的平面切割后形成的截面轮廓, 大圆也具有平面的性质。对于过点 $O, P_1(\lambda_1, \varphi_1), P_T(\lambda_T, \varphi_T)$ 的大圆而言, 大圆所在平面经过点 $O, P_1(\lambda_1, \varphi_1)$, 此时需要找第三个点即可确定大圆所在的平面方程。

这里引入一个点 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$, 其中 λ_3 为大地坐标系中的经度, φ_3 为大地坐标系中的纬度, 并规定 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 观察 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$ 方位角为 θ , $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 到 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$ 的距离为 1 弧度, 因此可以确定 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$ 的位置。这里默认 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$ 与 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 等高, 为了降低高度引起的误差, 可取 $P_3(\lambda_3, \varphi_3)$ 高度为 $P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ 与 $P_T(\lambda_T, \varphi_T)$ 的均值。

大圆上有 3 个点 $P_1(\lambda_1, \varphi_1), P_3(\lambda_3, \varphi_3), P_T(\lambda_T, \varphi_T)$, 地心直角坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_3(x_3, y_3, z_3), P_T(x_T, y_T, z_T)$, 三点共面, 则有,

$$\begin{vmatrix} x_T & y_T & z_T \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (9)$$

上面描述的平面方程即地心直角坐标系下的方位角观测方程。

WGS84 地球椭球体方程为:

$$\frac{x_T^2}{R_e^2} + \frac{y_T^2}{R_e^2} + \frac{z_T^2}{R_e^2(1-e^2)} = 1 \quad (10)$$

地心直角坐标系下的时差测量方程为:

$$\sqrt{(x_T - x_2)^2 + (y_T - y_2)^2 + (z_T - z_2)^2} - \sqrt{(x_T - x_1)^2 + (y_T - y_1)^2 + (z_T - z_1)^2} = c \cdot \Delta t \quad (11)$$

式中: c 为光速; Δt 为时差。

联合求解地心直角坐标系下的方位角观测方程(9)、地球方程(10)、时差测量方程(11), 采用高斯牛顿迭代法, 从球体模型得到的初值出发, 经过多次迭代即可得到目标位置的精确解。

3 算法性能分析

3.1 算法收敛情况

设定观测站的大地坐标分别为 $P_1(114^\circ\text{E}, 38^\circ\text{N}, 0 \text{ m}), P_2(114.5^\circ\text{E}, 38.5^\circ\text{N}, 0 \text{ m})$, 目标的大地坐标为 $T(115^\circ\text{E}, 37^\circ\text{N}, 0 \text{ m})$ 。 P_1 观察目标的方位角为 141.2677° , 到两观测站的距离为 0.2723° (地球大圆的弧长转换为度)。基于地球球体模型得到定位结果为 $(115.0231^\circ\text{E}, 36.9765^\circ\text{N}, 0 \text{ m})$, 误差 3.32 km , 引入椭球体模型算法后定位结果为 $(115^\circ\text{E}, 37^\circ\text{N}, 0 \text{ m})$, 误差小于 $1 \times 10^{-8} \text{ m}$, 迭代过程中误差变化情况如表 1 所示, 其中第 2 次和第 3 次迭代后的定位结果受小数位数限制无法显示。

从表 1 可知, 文中提出的椭球体模型下的方位时差联合定位算法从初值开始仅需迭代 3 次即可达到终止条件, 说明算法模型合理可行。在工程中实现时, 迭代终止条件设置为进行了 10 次迭代或相邻两次迭代结果之距离小于 $1 \times 10^{-6} \text{ m}$,

设定 10 次迭代上限是防止迭代不收敛导致迭代无法终止, 设定相邻两次迭代结果之差小于 $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ 的条件, 是因为继续迭代提高精确度意义不大。在观测量误差不发生突变的情况下, 迭代一般不超过 3 次。

表 1 定位误差变化情况

Table 1 Position error vs. iteration number

iteration number	longitude	latitude	position error
0	115.023 1°E	36.976 5°N	3.32 km
1	114.999 6°E	37.000 4°N	61.5 m
2	115.000 0°E	37.000 0°N	0.02 m
3	115.000 0°E	37.000 0°N	$2 \times 10^{-9} \text{ m}$

3.2 误差改善情况

观测站沿用 3.1 节的参数，调整目标位置，使其逐渐远离观测站 P_1 ，考察地球球体定位模型引入系统误差的变化情况，结果如表 2 所示。

从表 2 可知，随着目标距离观测站 P_1 越远，地球球体模型引入的系统定位误差越大。由于椭球体模型下定位方程的自治性，采用椭球体模型不存在系统误差。对比说明椭球体模型对远距离改善效果明显，更适合对于远距离定位的情况。

表 2 地球球体模型下定位误差随距离变化情况

Table2 Position error vs. distance of target to P_1 with earth sphere model			
longitude	latitude	distance of target to P_1	position error
114.25°E	38.25°N	35 km	0.5 m
114.45°E	38.45°N	64 km	36.0 m
114.55°E	38.55°N	77 km	7.1 km
114.65°E	38.65°N	92 km	21.0 km
114.75°E	38.75°N	106 km	35.0 km

表 2 仅列举出了部分结果，误差的分布既取决于距离，也依赖目标与观测站的相对位置，但是通过理论仿真可发现随距离增大定位误差改善越明显的趋势是正确的。当距离跨度在 100 km 以上，诸如沿海观测站定位空中目标的场景，地球曲率以及地球的不规则椭球性将不能被忽略。

3.3 与测向交会定位性能对比

设定两个观测站的大地坐标分别为 $P_1(114^\circ\text{E},38^\circ\text{N},0\text{ m})$ 、 $P_2(114.25^\circ\text{E},38.25^\circ\text{N},0\text{ m})$ ，测向精确度为 1° ，时差测量精确度为 200 ns。通过对比双站测向交会定位与双站方位时差联合定位两种方法的几何精确度因子 (Geometric Dilution of Precision, GDOP)，说明两种定位方法的区别。

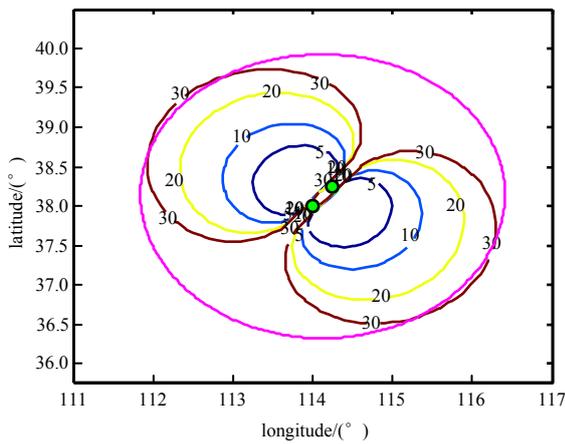


Fig.3 GDOP of position finding with two direction finding sites
图 3 双站测向交会定位 GDOP

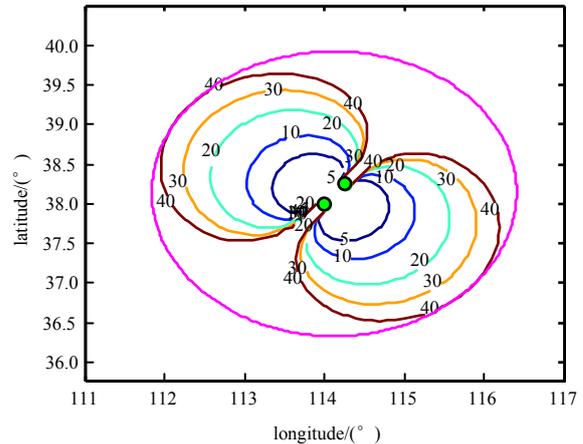


Fig.4 GDOP of position finding with azimuth and time difference
图 4 双站方位时差交会定位 GDOP

图 3 表示双站测向交会定位 GDOP，图 4 表示双站方位时差交会定位 GDOP，两图中最外圈的圆表示距离双站中心 200 km。对比图 3 和图 4，不难发现如下规律：a) 两种定位方法的 GDOP 关于双站连线呈现对称分布，形状类似数字 8，在双站连线的法线方向具有较高的定位精确度；b) 双站测向交会定位在双站构成的直线上不可定位；双站方位时差交会定位在双站连成的线段上具有最高定位精确度，在线段延长线上不可定位；c) 双站测向交会定位的总体精确度要高于双站方位时差交会定位。

4 结论

本文针对远距离侦测系统中方位时差联合定位这一问题，在已有成果的基础上，引入地球椭球体模型，提出一种可行的解决算法。考虑到方位角定义在大地坐标系，时差和地球方程定义在地心直角坐标系，不同坐标系联立求解难度较大，本文从方位角的定义出发，引入辅助参量，将方位测量方程转变为地心直角坐标系下的平面方程，从而简化问题。无源定位的核心问题之一是如何求解非线性方程组。本文首先采用地球球体模型，得到解析解作为初值，然后通过牛顿迭代法获取精确解，从理论上描述了解算过程。最后通过仿真进一步验证了算法的合理性、有效性，并通过对比论证了算法性能的优越性。

文中描述的算法仅针对单次观测的情况，如果能够连续多次观测，可考虑卡尔曼滤波等批处理算法从而实现固定目标高精度定位或者运动目标的连续跟踪。

参考文献:

- [1] 刘圣松,黄楠. 一种基于方位-TDOA 估计的脉冲声源被动定位算法[J]. 水雷战与舰船防护, 2016,24(2):78-80. (LIU Shengsong,HUANG Nan. Passive localization algorithm of impulse source based on bearing-TDOA estimation[J]. Mine Warfare & Ship Self-Defence, 2016,24(2):78-80.)
- [2] YIN J,WAN Q,YANG S,et al. A simple and accurate TDOA-AOA localization method using two stations[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016,23(1):144-148.
- [3] 王亚涛. 基于余弦定理的无源测向测时差定位方法[J]. 现代雷达, 2015,37(3):42-44. (WANG Yatao. A method of passive AOA/TDOA location based on the cosine law[J]. Modern Radar, 2015,37(3):42-44.)
- [4] 闫雷兵,陆音,张业荣. 基于改进最小二乘算法的 TDOA/AOA 定位方法[J]. 电波科学学报, 2016,31(2):395-397. (YAN Leibing,LU Yin,ZHANG Yerong. Improved least-squares algorithm for TDOA/AOA-based localization[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2016,31(2):395-397.)
- [5] 李仕云,邓洪权. 基于 EKF 的双站测向/时差联合定位算法[J]. 无线电通信技术, 2015,41(1):38-39. (LI Shiyun, DENG Hongquan. Two-station DOA/TDOA joint location algorithm based on EKF[J]. Radio Communications Technology, 2015,41(1):38-39.)
- [6] OH J,LEE K,YOU K. Hybrid TDOA and AOA localization using constrained Least Squares[J]. Ieice Transactions on Fundamentals of Electronic Communications and Computer Sciences, 2015,E98A(12):2713-2718.
- [7] LIU C F,YANG J,WANG F S. Joint TDOA and AOA location algorithm[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013,24(2):183-188.
- [8] CONG L,ZHUANG W H. Hybrid TDOA/AOA mobile user location for wideband CDMA-cellular system[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2002,1(3):439-447.
- [9] 张文华,于洁潇,刘开华,等. 联合 TDOA-AOA 无线传感器网络半定规划定位算法研究[J]. 传感技术学报, 2017, 30(9):1376-1378. (ZHANG Wenhua,YU Jiexiao,LIU Kaihua,et al. Joint TDOA-AOA source localization in wireless sensor networks using semi-definite programming[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017,30(9):1376-1378.)
- [10] 郭福成. 基于 TOA 和 DOA 的固定单站无源雷达跟踪方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015,13(6):908-912. (GUO Fucheng. Tracking algorithm of fixed mono-station passive radar using TOA and DOA[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015,13(6):908-912.)
- [11] 王梦馨. 基于 TDOA/AOA 的多站无源定位与跟踪算法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2019:20-26. (WANG Mengxin. Research on multi-station passive location and tracking algorithm based on TDOA/AOA[D]. Harbin,China: Harbin Engineering University, 2019:20-26.)
- [12] 曹晋龙,王星,程嗣怡. 基于 TDOA 和 AOA 的双基地雷达定位方法[J]. 火力与指挥控制, 2015,40(11):11-12. (CAO Jinlong,WANG Xing,CHENG Siyi. Research on position finding errors based on TDOA and AOA location in bistatic radar[J]. Fire Control & Command Control, 2015,40(11):11-12.)
- [13] 朱拥建,刘远,石林艳,等. 非合作侦察定位系统的关键技术[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(3):453-456. (ZHU Yongjian,LIU Yuan,SHI Linyan,et al. Key technology of non-cooperative reconnaissance and positioning system[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(3):453-456.)
- [14] 熊健,熊杰. 一种改进的多站 AOA/TDOA 联合无源定位闭合形式算法[J]. 电讯技术, 2019,59(6):674-675. (XIONG Jian,XIONG Jie. An improved passive location closed-form algorithm based on AOA and TDOA[J]. Telecommunication Engineering, 2019,59(6):674-675.)
- [15] 杨浩,周俊奇,孟庆民. 一种基于 TDOA/AOA 的混合三维定位算法[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2012, 32(6):32-33. (YANG Hao,ZHOU Junqi,MENG Qingmin. A hybrid three-dimensional location algorithm based on TDOA and AOA[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications(Natural Science), 2012,32(6):32-33.)
- [16] 田明辉,马敏,张文祎. 基于方位测量和速度估计的目标定位跟踪[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(1):70-72. (TIAN Minghui,MA Min,ZHANG Wenyi. Target localization and tracking based on azimuth measurement and velocity estimation[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(1):70-72.)

作者简介:

王玉林(1982-),男,甘肃省甘谷县人,硕士,高级工程师,主要研究方向为通信对抗系统设计.email: easymailwyl@126.com.

张海瑛(1972-),女,石家庄市人,博士,研究员级高级工程师,主要研究方向为通信对抗系统设计.