

文章编号: 2095-4980(2024)02-0105-09

部分均匀环境下基于几何中心的扩展目标检测

叶行¹, 王永良¹, 刘维建^{*1}, 刘军², 陈辉¹

(1. 空军预警学院, 湖北 武汉 430019; 2. 中国科学技术大学 信息科学技术学院, 安徽 合肥 230027)

摘要: 针对部分均匀环境中样本数有限以及样本中包含异常值时的扩展目标检测问题, 设计了一类基于几何中心的自适应检测器, 其包含两个步骤, 第一步, 构建基于几何中心广义内积的数据选择器, 用以剔除包含异常值的样本数据; 第二步, 利用基于几何中心的协方差矩阵估计量, 构建广义自适应子空间检测器的检测统计量。所设计的检测器利用正定矩阵空间中的几何中心特性, 无需获得样本数据的先验概率分布。在分析阶段, 根据异常值正确剔除概率、恒虚警特性和检测概率, 评估检测器的性能。通过仿真数据和实测数据验证, 相比传统检测器, 本文提出的检测器具有更好的性能。

关键词: 自适应检测; 几何中心; 扩展目标; 部分均匀环境

中图分类号: TN957.51

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2022166

Adaptive detection for distributed targets based on geometric median in partially homogeneous environment

YE Hang¹, WANG Yongliang¹, LIU Weijian^{*1}, LIU Jun², CHEN Hui¹

(1. Air Force Early Warning Academy, Wuhan Hubei 430019, China; 2. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei Anhui 230027, China)

Abstract: To solve the problem of adaptive detection for distributed targets in partially homogeneous environment with outliers and limited samples, a class of adaptive detectors are designed based on geometric median in this paper. The first step is to construct a data selector based on geometric median generalized inner product and eliminate sample data containing outliers. The second step is to construct detection statistics of the generalized adaptive subspace detector using covariance matrix estimators, which are based on geometric median. The detectors utilize geometric median of the positive definite matrix space without any knowledge of prior probability distribution of sample data. The performance of the proposed two-step detectors is evaluated in terms of the probabilities of correct outliers excision, false alarm, and detection. Experiment results based on simulated and real data show that the proposed approach has better detection performance than the existing ones based on traditional covariance estimator.

Keywords: adaptive detection; geometric median; distributed targets; partially homogeneous environment

协方差矩阵的精确估计对雷达信号处理算法至关重要, 如自适应信号检测^[1-4]、空时自适应处理^[5-7]、谱分析^[8]、目标到达方向估计^[9]。协方差矩阵估计值为样本数据的函数, 样本数据通常由空间上接近待检测单元的临近单元获得。假设样本数据是均匀的, 样本数据的统计分布满足独立同分布 (Independent and Identically Distributed, IID) 特性, 经典的协方差矩阵估计为样本协方差矩阵 (Sample Covariance Matrix, SCM), 它是基于 L 个 IID 的 N 维复圆对称高斯变量的最大似然估计 (Maximum Likelihood Estimate, MLE)。在 $L > 2N$ 的条件下, SCM 能够实现良好的估计性能; 但 $L < N$ 时, SCM 失效^[10]。此外, 在实际应用中, 样本数据可能会受到杂波离散值和

收稿日期: 2022-09-07; 修回日期: 2022-10-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62071482); 安徽省自然科学基金资助项目(2208085J17)

*通信作者: 刘维建 email: liuvjian@163.com

异常值的污染, 样本数据呈现出非均匀特性, 降低了协方差矩阵估计的准确性, 导致检测器检测性能下降。因此, 为改善在样本数据中存在异常值情况下检测器的检测性能, 通常在检测前采用样本数据选择方法^[11-13]进行数据预处理。样本数据选择方法通常基于 SCM 计算广义内积(Generalized Inner Product, GIP)^[11,14-15], 然后剔除 GIP 值大的样本数据, 选择 GIP 值小的样本数据。但由于现实中各种环境因素的影响, 雷达接收数据的真实分布特性可能不满足假设的统计分布, 而 SCM 是基于假设雷达接收数据服从 IID 的复高斯分布, SCM 将严重偏离真实的协方差矩阵, 从而导致雷达检测性能急剧下降。因此, 迫切需要设计一种不依赖于样本数据先验统计分布的自适应检测器。近年来, 许多学者提出了一些不依赖样本数据先验统计分布的协方差矩阵估计方法。文献[16]利用最小二乘法通过最小化估计误差的平方和获得精确的估计; 文献[17]中定义了一种新的空时自适应处理技术, 通过黎曼均值计算方法估计空时协方差矩阵; 文献[18-19]分别采用几何重心和几何中心的方法计算协方差矩阵估计量, 并将计算得到的估计量用于样本数据选择, 但文献[19]仅考虑了均匀环境下的样本数据选择问题, 并没有对检测问题进行研究。此外, 文献[19]考虑的环境为均匀环境, 但在一些实际情况中, 即使样本数据中不包含异常值, 雷达接收的数据也往往是非均匀的^[20-24]。如, 对于机载雷达, 由于载机飞行姿态的变化、阵列结构的摆放(共形阵、双基地)、复杂地貌等因素的影响, 所面临的环境往往具有非均匀特性^[25]。部分均匀环境是一种常用的非均匀模型, 该模型是指待检测数据中噪声的协方差矩阵和训练样本的协方差矩阵具有相同的结构, 但具有未知的功率失配^[26-29]。当雷达接收数据的统计特性偏离所假设的特性时, 部分均匀模型比均匀模型具有更高的稳健性^[30]。实测数据表明, 部分均匀模型更适用于机载雷达所面临的实际环境, 尤其是在训练样本数较少的情况下^[31]。同时, 随着雷达技术的发展, 雷达分辨率不断提高。单个目标可能占据多个距离分辨单元, 导致点目标变成了扩展目标^[31-36]。

本文主要研究在部分均匀环境下, 样本数据有限且包含异常值时的扩展目标自适应检测问题。针对该问题, 本文设计了一类基于几何中心的两步自适应检测器。第一步由数据选择器构成, 目的是剔除包含异常值的样本数据, 数据选择器采用几何中心方法估计样本协方差矩阵, 利用得到的协方差矩阵估计量计算 GIP, 剔除掉 GIP 值大的样本数据; 第二步, 基于数据选择后的样本数据, 采用几何中心方法构造协方差矩阵估计, 并采用广义自适应子空间检测器(Generalized Adaptive Subspace Detector, GASD)^[31]结构构造检测器。在检测阶段, 本文所设计检测器的协方差矩阵估计量不依赖雷达接收数据的概率分布函数, 只与正定空间中的几何距离相关联; 在分析阶段, 评估了所设计的检测器关于正确异常值剔除概率、恒虚警率(Constant False Alarm Rate, CFAR)、检测概率(Probability of Detection, PD)的性能。仿真及实测数据结果表明, 在样本数有限以及样本数据中包含异常值的情况下, 本文所设计的检测器比传统基于 SCM 的检测器具有更好的检测性能。特别地, 在训练样本不足时, 传统的基于 SCM 检测器检测性能急剧下降, 而本文所设计的检测器仍具有较好的检测性能。

1 问题描述

假设系统维数为 N , 待检测单元的接收数据占据 K 个距离单元, 用 \mathbf{Y} 表示 $N \times K$ 维数据。在假设检验 H_0 下, 待检测数据 \mathbf{Y} 仅包含噪声分量 $\mathbf{N}=[\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_K]$, \mathbf{N} 中各列分量 \mathbf{n}_k , $k=1, 2, \dots, K$ 之间相互独立, 且均满足均值为 $\mathbf{0}_{N \times 1}$ 、协方差矩阵为 \mathbf{R}_l 的复高斯分布, 记为 $\mathbf{n}_k \sim CN_N(\mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{R}_l)$ 。在假设检验 H_1 下, 待检测数据 \mathbf{Y} 由噪声分量 \mathbf{N} 和信号分量 \mathbf{H} 共同构成, $\mathbf{H}=\mathbf{p}\mathbf{a}^H$ 。其中, $\mathbf{a}=[a_1, a_2, \dots, a_K]^T$ 表示扩展目标各距离单元的未知幅度, 与目标雷达截面积及通道传播效应等因素有关; $\mathbf{p}=[1, \exp(j2\pi f_d), \dots, \exp(j2\pi(N-1)f_d)]^T$ 表示目标导向矢量, f_d 为目标归一化多普勒频率。实际情况中, \mathbf{Y} 中的噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_l 通常未知, 需要利用与 \mathbf{Y} 相邻的训练样本对 \mathbf{R}_l 进行联合估计。假定存在 L 个独立同分布的训练样本, 第 l 个训练样本记为 \mathbf{y}_l , $l=1, 2, \dots, L$, 且 \mathbf{y}_l 中仅包含噪声分量 $\mathbf{n}_{e,l}$ 。 $\mathbf{n}_{e,l}$ 服从均值为 $\mathbf{0}_{N \times 1}$ 、协方差矩阵为 \mathbf{R} 的复高斯分布, 记为 $\mathbf{n}_{e,l} \sim CN_N(\mathbf{0}_{N \times 1}, \mathbf{R})$ 。因此, 待检测问题可用式(1)所示的二元假设检验表示:

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{Y}=\mathbf{N}, \mathbf{Y}_L=\mathbf{N}_L \\ H_1: \mathbf{Y}=\mathbf{p}\mathbf{a}^H+\mathbf{N}, \mathbf{Y}_L=\mathbf{N}_L \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Y}_L=[\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_L]$ 为训练样本集合; $\mathbf{N}_L=[\mathbf{n}_{e,1}, \mathbf{n}_{e,2}, \dots, \mathbf{n}_{e,L}]$ 为训练样本中的噪声分量。

在部分均匀环境下, $\mathbf{R}_l=\tau\mathbf{R}$, τ 为待检测数据与样本数据之间的功率失配量。 \mathbf{Y} 和 \mathbf{Y}_L 的概率密度函数(Probability Density Functions, PDFs)可分别表示为:

$$f(\mathbf{Y})=\frac{\exp\left\{\frac{-\text{tr}[(\mathbf{Y}-\mathbf{p}\mathbf{a}^H)^H\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}-\mathbf{p}\mathbf{a}^H)]}{\tau}\right\}}{\pi^N\tau^N|\mathbf{R}|} \quad (2)$$

$$f(\mathbf{Y}_L) = \frac{\exp[-\text{tr}(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y}_L\mathbf{Y}_L^H)]}{\pi^{NL}|\mathbf{R}|^L} \quad (3)$$

在样本数据统计分布未知的情况下，经典的方法，如最大似然估计和最小均方误差估计，无法估计协方差矩阵 \mathbf{R} 。为解决该问题，本文采用几何中心方法估计协方差矩阵。该方法利用正定矩阵空间中的几何距离估计协方差矩阵，不依赖于雷达接收数据的多元概率分布，在样本数据的概率分布未知的情况下，能够准确地估计协方差矩阵 \mathbf{R} 。

将 $\mathbf{S}_l, l=1, 2, \dots, L$ 定义为一组基本的样本协方差矩阵集，将矩阵 \mathbf{A} 和矩阵 \mathbf{B} 的几何距离定义为 $d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \in [0, +\infty)$ 。则利用几何中心得到相应的协方差矩阵估计量可表示为：

$$\hat{\mathbf{R}} = \arg \min_{\mathbf{R} > 0} \left\{ \sum_{l=1}^L w_l d(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}) \right\} \quad (4)$$

式中 $w_l (w_l > 0, \sum_{l=1}^L w_l = 1)$ 为加权系数，用于对样本数据进行加权处理。在没有任何先验信息的情况下，一般将加权系数设为相同的值，即 $w_l = 1/L, l=1, 2, \dots, L$ 。假设 \mathbf{S}_l 为样本数据 \mathbf{y}_l 的函数，一般情况下 $\mathbf{S}_l = \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H$ ，但由于 $\mathbf{S}_l = \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H$ 为秩一矩阵，而式(4)中关于距离的定义要求矩阵正定，因此，引入先验信息，假设高斯白噪声的功率为 0 dB，则 $\mathbf{S}_l \geq \mathbf{I}$ 。在该约束下，为获得 \mathbf{S}_l 的估计，令 \mathbf{S}_l 到 $\mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H$ 的欧几里得距离最小，即：

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{S}_l} \|\mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H - \mathbf{S}_l\|^2 \\ \text{s.t. } \mathbf{S}_l \geq \mathbf{I} \end{cases} \quad (5)$$

欧几里得范数 $\|\cdot\|^2$ 是一个严格的凸函数，因此式(5)存在唯一解。进一步地，式(5)可以写成

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{S}_l} -2\text{tr}\{\mathbf{S}_l \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H\} + \text{tr}\{\mathbf{S}_l^2\} \\ \text{s.t. } \mathbf{S}_l \geq \mathbf{I} \end{cases} \quad (6)$$

由于 $\text{tr}\{\mathbf{S}_l^2\}$ 不依赖于 \mathbf{S}_l 的特征向量，根据文献[37]可知，式(6)的最优解可表示为：

$$\mathbf{S}_l = \mathbf{U}_l \mathbf{A}_l \mathbf{U}_l^H \quad (7)$$

式中： $\mathbf{A}_l = \text{diag}\{\lambda_l, 1, \dots, 1\}$ ， $\lambda_l = \max\{1, \|\mathbf{y}_l\|^2\}$ ； \mathbf{U}_l 是由 $\mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H$ 的特征向量组成的酉矩阵，其第 1 个特征向量与特征值 $\|\mathbf{y}_l\|^2$ 对应。

对于距离 $d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) : \mathbf{A} > 0, \mathbf{B} > 0$ ，本文主要考虑 Euclidean 距离、Log-Euclidean 距离、Root-Euclidean 距离和 Power-Euclidean 距离^[38]。下面依次给出其数学定义及相应的中值估计量。

Euclidean 距离相应的中值估计量为： $\hat{\mathbf{R}}_E = \arg \min_{\mathbf{R} > 0} \left\{ \sum_{l=1}^L w_l d_E(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}) \right\}$ 。

Log-Euclidean 距离为： $d_L(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{\text{tr}\{(\log \mathbf{A} - \log \mathbf{B})(\log \mathbf{A} - \log \mathbf{B})^H\}}$ ，相应的中值估计量为： $\hat{\mathbf{R}}_L = \arg \min_{\mathbf{R} > 0} \left\{ \sum_{l=1}^L w_l d_L(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}) \right\}$ 。

Root-Euclidean 距离为： $d_R(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{\text{tr}\{(\mathbf{A}^{1/2} - \mathbf{B}^{1/2})(\mathbf{A}^{1/2} - \mathbf{B}^{1/2})^H\}}$ ，相应的中值估计量为： $\hat{\mathbf{R}}_R = \arg \min_{\mathbf{R} > 0} \left\{ \sum_{l=1}^L w_l d_R(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}) \right\}$ 。

Power-Euclidean 距离为： $d_P(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sqrt{\text{tr}\{(\mathbf{A}^\alpha - \mathbf{B}^\alpha)(\mathbf{A}^\alpha - \mathbf{B}^\alpha)^H\}}$ ，相应的中值估计量为： $\hat{\mathbf{R}}_P = \arg \min_{\mathbf{R} > 0} \left\{ \sum_{l=1}^L w_l d_P(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}) \right\}$ 。

2 基于几何中心的协方差矩阵估计量

对于式(4)中基于几何中心的协方差矩阵估计问题，即求解一组协方差矩阵的中值矩阵问题，它的解在数学上也被称为 Fermat-Weber 点^[39-42]。由于式(4)中的距离函数是一个凸函数，中值矩阵估计量 $\hat{\mathbf{R}}$ 存在并且有唯一解。本文采用不动点迭代算法^[39]进行求解，其核心步骤见算法 1。

算法 1：不动点迭代算法

- 1) 输入一个起始迭代矩阵 \mathbf{R}_0 ；
- 2) 给定迭代方程 $\mathbf{R}_{n+1} = h(\mathbf{R}_n)$ ；
- 3) 迭代停止条件 $\|\mathbf{R}_{n+1} - \mathbf{R}_n\| < \varepsilon$ ；

4) 得到最终的估计 $\hat{\mathbf{R}}$ 。

其中, ε 表示估计精确度, 为获得精确的中值矩阵估计量, 设 $\varepsilon = 10^{-6}$ 。设起始迭代矩阵 $\mathbf{R}_0 = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{S}_l$ 。 $h(\cdot)$ 表示迭代函数, 对于不同的几何距离, 相应的迭代函数也不同, 下面给出文中几种几何距离相对应的迭代函数。

$$\text{Euclidean 距离迭代函数 } h_E(\cdot): h_E(\mathbf{R}_n) = \sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{S}_l}{d_E(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{d_E(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \right)^{-1}。$$

$$\text{Log-Euclidean 距离迭代函数 } h_L(\cdot): h_L(\mathbf{R}_n) = \exp \left\{ \sum_{l=1}^L \frac{\log \mathbf{S}_l}{d_L(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{d_L(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \right)^{-1} \right\}。$$

$$\text{Root-Euclidean 距离迭代函数 } h_R(\cdot): h_R(\mathbf{R}_n) = \left(\sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{S}_l^{1/2}}{d_R(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{d_R(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \right)^{-1} \right) \times \left(\sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{S}_l^{1/2}}{d_R(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{d_R(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \right)^{-1} \right)^H。$$

$$\text{Power-Euclidean 距离迭代函数 } h_p(\cdot): h_p(\mathbf{R}_n) = \left(\sum_{l=1}^L \frac{\mathbf{S}_l^\alpha}{d_p(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \left(\sum_{l=1}^L \frac{1}{d_p(\mathbf{S}_l, \mathbf{R}_n)} \right)^{-1} \right)^{1/\alpha}。$$

3 两步检测器设计

利用基于几何中心的协方差矩阵估计量, 设计一类两步自适应检测器。第一步由数据选择器构成, 对样本数据进行筛选, 剔除包含异常值的样本数据。具体地, 数据选择器对 L 个样本数据进行筛选, 利用基于几何中心的协方差矩阵估计量计算出 L 个样本数据对应的 GIP 值^[11], 对计算出来的 GIP 值由大到小排序, 剔除掉前 L_{excs} 个 GIP 大的样本数据。GIP 的表达式为:

$$\beta_l = \mathbf{y}_l^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{tmp}}^{-1} \mathbf{y}_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (8)$$

式(8)中的 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{tmp}}$ 可分别由 $\hat{\mathbf{R}}_E, \hat{\mathbf{R}}_L, \hat{\mathbf{R}}_R, \hat{\mathbf{R}}_P$ 代替。由式(8)可知, β_l 实际上是测量向量 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{tmp}}^{-1/2} \mathbf{y}_l$ 的能量大小。因此, 数据选择过程其实就是剔除在准白化空间中具有高能量的前 L_{excs} 个样本数据。

第二步设计基于几何中心估计量的自适应检测器, 对于部分均匀环境下的扩展目标检测, 检测器选择 GASD, 表达式为:

$$\frac{\mathbf{p}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{p}}{(\mathbf{p}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{p}) \text{tr}(\mathbf{Y}^H \hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}^{-1} \mathbf{Y})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T \quad (9)$$

式中: T 为自适应检测门限; $\hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}$ 为经过数据选择后的样本数据采取几何中心方法估计得到的协方差矩阵估计量。

两步自适应检测器的设计流程见算法 2。

算法 2: 两步自适应检测器

- 1) 计算 $\mathbf{S}_l, l = 1, 2, \dots, L$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{tmp}}$;
- 2) 计算每个样本数据的 GIP 值 $\beta_l, l = 1, 2, \dots, L$;
- 3) 把 β_l 从大到小排序, 剔除前 L_{excs} 个 β_l 值大的样本数据, 获得有效的训练样本集 $\mathbf{Y}_{\text{eff}} = \{\mathbf{y}_{(1)}, \mathbf{y}_{(2)}, \dots, \mathbf{y}_{(l)}\}, l = L - L_{\text{excs}}$;
- 4) 用获得的训练样本集 \mathbf{Y}_{eff} 采用几何中心方法计算 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}$, $\hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}$ 可分别由 $\hat{\mathbf{R}}_E, \hat{\mathbf{R}}_L, \hat{\mathbf{R}}_R, \hat{\mathbf{R}}_P$ 代替, 值得注意的是, 相应计算公式中的 L 应换为 $L - L_{\text{excs}}$;
- 5) 用获得的 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{eff}}$ 构建式(9)的检测统计量。

4 实验结果与分析

使用仿真数据评估两步自适应检测器的异常值正确剔除概率、CFAR 特性以及 PD, 使用实测的 IPIX(Ice Multiparameter Imaging X-Band Radar)雷达数据评估两步检测器的 PD。为比较所提出的两步自适应检测器的性能, 本文引入基于 SCM 的两步自适应检测器和基于快速最大似然估计(Fast Maximum Likelihood, FML)^[43-44]的两步自适应检测器。FML 最初被提出是为了改善样本协方差矩阵在训练样本数不足情况下的估计性能。SCM 估计量可表示为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{SCM}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{y}_l \mathbf{y}_l^H \quad (10)$$

FML 估计量可表示为：

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{FML}} = \mathbf{U}_{\text{SCM}} \text{diag}(\boldsymbol{\lambda}_{\text{FML}}) \mathbf{U}_{\text{SCM}}^{\text{H}} \quad (11)$$

式中： $\boldsymbol{\lambda}_{\text{FML}} = [\max(1, \lambda_1^{\text{SCM}}), \max(1, \lambda_2^{\text{SCM}}), \dots, \max(1, \lambda_N^{\text{SCM}})]$ ； \mathbf{U}_{SCM} 为对应于 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{SCM}}$ 特征值 $\lambda_1^{\text{SCM}} \geq \lambda_2^{\text{SCM}} \dots \geq \lambda_N^{\text{SCM}}$ 的特征向量构成的酉矩阵。对于几何中心估计量公式里的加权系数 w_l ，设为 $w_l = 1/L, l = 1, 2, \dots, L$ 。Power-Euclidean 距离计算公式里的 $\alpha = 0.8$ ，系统维数 $N = 8$ 。

4.1 数据选择器性能分析

协方差矩阵 \mathbf{R} 建模为杂波协方差矩阵加高斯白噪声协方差矩阵，为方便计算，假定高斯白噪声的功率为 1， \mathbf{R} 可表示为 $\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + \mathbf{I}$ ，其中 \mathbf{R}_c 为杂波的协方差矩阵，单位阵 \mathbf{I} 为高斯白噪声的协方差矩阵。 \mathbf{R}_c 建模为： $\mathbf{R}_c(i, k) = \sigma_c^2 \rho^{|i-k|} \exp[j2\pi f_c(i-k)]$ ， $i, k = 1, 2, \dots, N$ ，其中， ρ 为协方差系数， σ_c^2 为杂波功率， f_c 为杂波归一化多普勒频率。仿真中，设 $\rho = 0.95, f_c = 0.05, \sigma_c^2 = 20 \text{ dB}$ 。包含异常值的训练样本数设为 $L_{\text{actl}} = 4$ ，即在 4 个训练样本中加入异常值，异常值建模为：

$$\boldsymbol{\zeta}_i = \sigma_o [1, \exp(j2\pi f_{oi}), \dots, \exp(j2\pi(N-1)f_{oi})]^{\text{T}}, i = 1, 2, 3, 4$$

式中： f_{oi} 为第 i 个异常值的归一化多普勒频率， $f_{o1} = 0.1, f_{o2} = 0.2, f_{o3} = 0.18, f_{o4} = 0.22$ ； σ_o^2 为异常值的功率，本文假设 4 个异常值功率相同。

异常值正确剔除定义为：经过数据选择后的样本数据中不再包含异常值，包含异常值的样本数据被全部剔除。则异常值正确剔除概率 $P_{\text{correct selection}}$ 为：

$$P_{\text{correct selection}} = \frac{\text{正确剔除异常值次数}}{\text{试验次数}} \quad (12)$$

为解决实际情况下包含异常值的样本数未知的问题，文献[45]提出了一种基于联合似然估计和统计模型顺序选择的方法。由于本文的研究重点不在于确定包含异常值的样本数，因此仅给出确定包含了异常值样本数的方法。在评估数据选择器的性能时，假设剔除的样本数 L_{excs} 等于实际包含了异常值的样本数 L_{actl} ，即 $L_{\text{excs}} = L_{\text{actl}} = 4$ 。采用标准的蒙特卡洛仿真评估数据选择器的异常值正确剔除概率，蒙特卡洛试验次数为 1 000 次。

图 1 给出了在不同异常值功率情况下基于几何中心的协方差矩阵估计量、SCM 和 FML 的异常值正确剔除概率。从图中可以看出，基于 Log-Euclidean 估计量的数据选择器的异常值正确剔除性能最好。从数学理论分析，对数函数是所考虑函数中最好的数据压缩函数，能够最大程度地消除异常值对协方差矩阵估计的影响，使协方差矩阵估计量更接近真实的协方差矩阵，从而达到最佳的异常值剔除性能。与 SCM 和 FML 相比，本文所提出的基于几何中心的协方差矩阵估计量具有较好的异常值正确剔除性能，SCM 和 FML 性能较差，不能实现异常值的正确剔除。在样本数有限的情况下 ($L = 1.5N$)，本文所提出的基于几何中心的协方差矩阵估计量仍可以实现较好的性能。

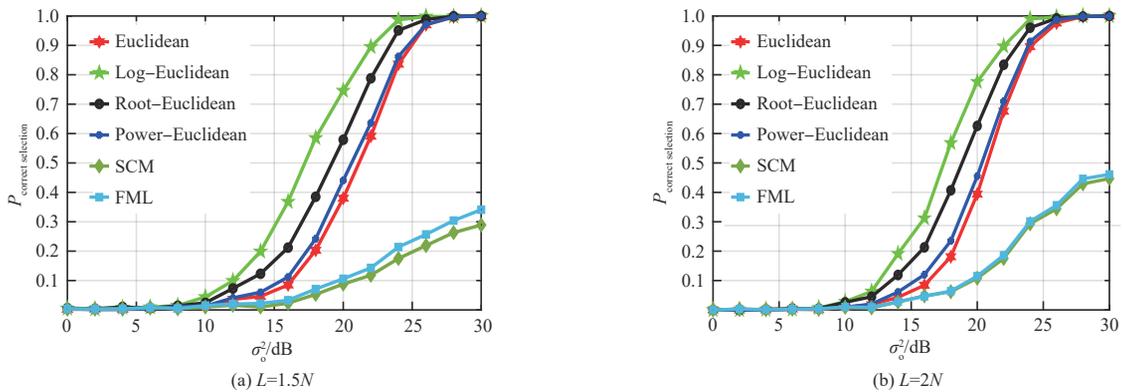


Fig.1 Probability of correct outliers excision versus the outliers power

图1 不同异常值功率下的异常值正确剔除概率

4.2 基于仿真数据的两步检测器检测性能分析

利用计算机仿真数据评估所提出的两步检测器的检测性能，考虑 $L_{\text{excs}} = L_{\text{actl}}$ 和 $L_{\text{excs}} \neq L_{\text{actl}}$ 两种情况。同样地，假设 $L_{\text{actl}} = 4$ ，4 个异常值功率相同，异常值功率为 $\sigma_o^2 = 20 \text{ dB}$ ， $\tau = 0.6, f_d = 0.15, K = 4$ 。其他参数的设置与 4.1 节相同。信杂噪比(Signal to Clutter plus Noise Ratio, SCNR)定义为：

$$R_{\text{SCN}} = \mathbf{a}^{\text{H}} \mathbf{a} \mathbf{p}^{\text{H}} \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{p} \quad (13)$$

仿真的虚警概率(False Alarm Probability, PFA)设置为 10^{-2} (实际应用中虚警概率很低, 此处设为 10^{-2} 是为了降低计算量, 虚警概率为其他值时, 检测器的变化趋势不变)。检测门限和 PD 分别通过 100/PFA 和 10^3 次蒙特卡洛仿真实验得到。

图 2 给出了部分均匀环境下两步自适应检测器在不同杂波功率情况下的检测门限。其中, $L = 2N$, $L_{\text{excs}} = L_{\text{actl}} = 4$ 。从图中可以看出, 所提的两步自适应检测器的检测门限在不同的杂波功率情况下几乎保持恒定, 即所提的两步自适应检测器的检测门限不依赖于杂波协方差矩阵。因此, 所提的两步自适应检测器在部分均匀环境下具有 CFAR 特性。

图 3 给出了不同 SCNR 下的两步自适应检测器的 PD, 其中 $L_{\text{excs}} = L_{\text{actl}} = 4$ 。从图中可以看出, 基于 Log-Euclidean 的两步检测器检测性能最优, 基于 Root-Euclidean 的两步检测器检测性能接近基于 Log-Euclidean 的两步检测器, 基于 Power-Euclidean 的两步检测器检测性能略好于基于 Euclidean 的两步检测器, 略差于基于 Root-Euclidean 和基于 Log-Euclidean 的两步检测器。同时, 本文所提出的所有基于几何中心的两步检测器的检测性能均优于基于 FML 和 SCM 的检测器。在样本数不足的情况下 ($L = 1.5N$, 剔除样本数据后 $L = N$), 基于 SCM 的两步自适应检测器性能急剧下降, 而本文所提出的基于几何中心的两步自适应检测器仍具有较优的性能。随着样本数 L 的增加, 除了 Log-Euclidean 两步检测器外, 其他检测器的检测性能也随之提高。可见 Log-Euclidean 两步检测器在样本数不足的情况下, 性能最优。

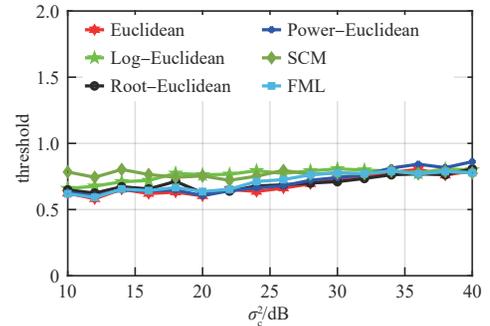


Fig.2 Detection thresholds versus the clutter powers
图 2 不同杂波功率下的检测门限

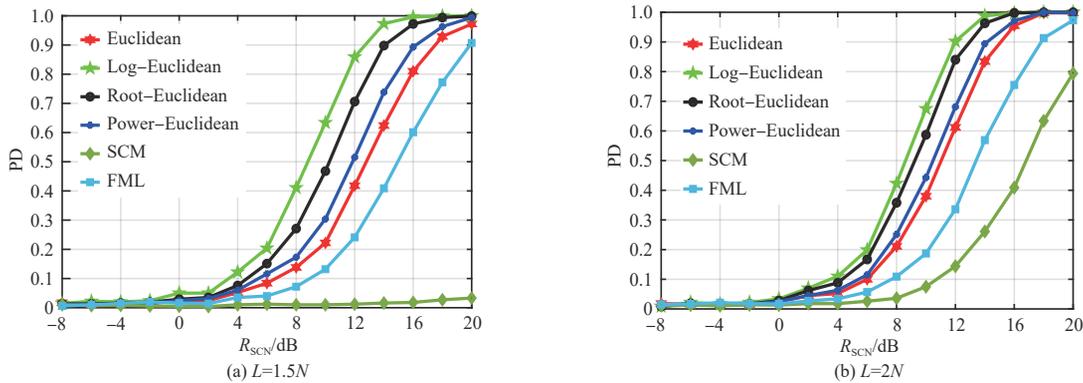


Fig.3 PD of the two-step detectors versus SCNR
图 3 不同 SCNR 下的两步检测器的 PD

图 4 给出了部分均匀环境下, 当 $L_{\text{excs}} < L_{\text{actl}}$ 时两步自适应检测器在不同杂波功率情况下的检测门限, 其中, $L = 2N$, $L_{\text{excs}} = 2$, $L_{\text{actl}} = 4$ 。从图中可以看出, 在样本数据包含异常值的情况下, 所提的两步自适应检测器依然具有较好的 CFAR 特性。

图 5 给出了不同 SCNR 下两步自适应检测器的 PD, 其中 $L_{\text{excs}} = 2$, $L_{\text{actl}} = 4$ 。从图中可以看出, 基于 Log-Euclidean 的两步检测器检测性能仍保持最优, 在包含异常值的样本数据没有被完全剔除掉的情况下, 基于 Log-Euclidean 的两步检测器能够有效地压制剩余的异常值, 对目标实现有效检测。换句话说, 基于 Log-Euclidean 的两步检测器检测性能在样本数据包含异常值的情况下具有稳健性。与图 3 相比, 可以看出在样本数不足的情况下 ($L = 1.5N$, 剔除样本数据后 $L = N$), SCM 的检测性能受样本数的影响较大。因为在图 3 中剔除了 4 个样本数据, 而图 5 只剔除了 2 个样本数据, 图 5 的剩余样本数要多于图 3, 图 3 中的异常值数要少于图 5(从图 1 来看, SCM 的数据选择能力较差, 但由于图 3 剔除的样本数多于图 5, 图 3 比图 5 更有可能剔除掉异常值, 因此, 可以认为图 3 包含的异常值要少于图 5), 但图 5 中 SCM 的检测性能要好于图 3, 故可认为在样本数不足的情况下, SCM 的性能更易受样本数的影响。

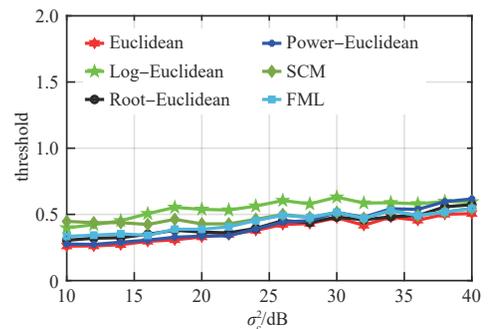


Fig.4 Detection thresholds versus the clutter powers
图 4 不同杂波功率下的检测门限

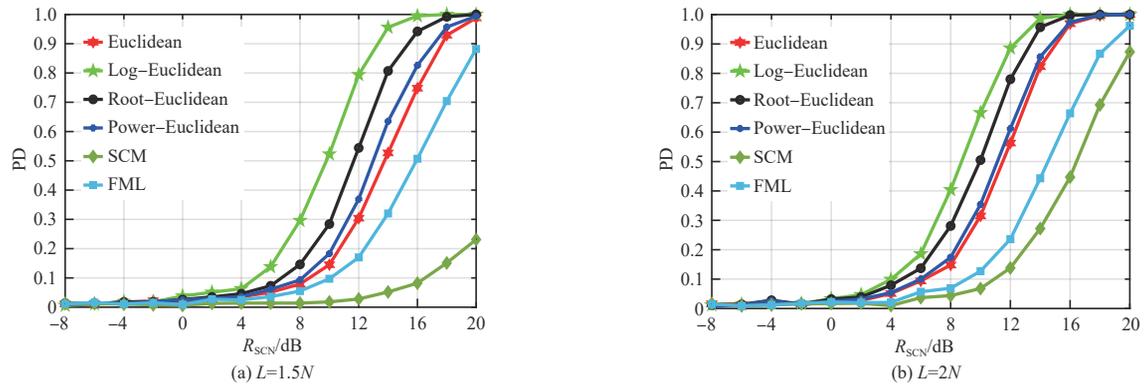


Fig.5 PD of the two-step detectors versus SCNR

图5 不同SCNR下的两步检测器的PD

4.3 基于 IPIX 数据的两步检测器检测性能分析

利用 IPIX 雷达实测数据评估所提出的两步检测器的检测性能，文献[46]给出了关于 IPIX 雷达数据详细的分析。使用标签为 19980223_170435_ANTSTEP.CDF 的实测数据评估两步检测器的检测性能，设 $L_{actl}=4$ 、 $L_{excs}=4$ 、 $K=4$ ，其他参数的设置与 4.2 节相同。图 6 给出了不同 SCNR 下两步自适应检测器的 PD。从图中可以看出，基于几何中心的两步检测器检测性能要优于基于 SCM 和 FML 的两步自适应检测器。其中，Log-Euclidean 两步检测器具有最优的检测性能。随着样本数增加，其他几种基于几何中心的两步检测器性能渐渐接近于 Log-Euclidean 两步检测器。

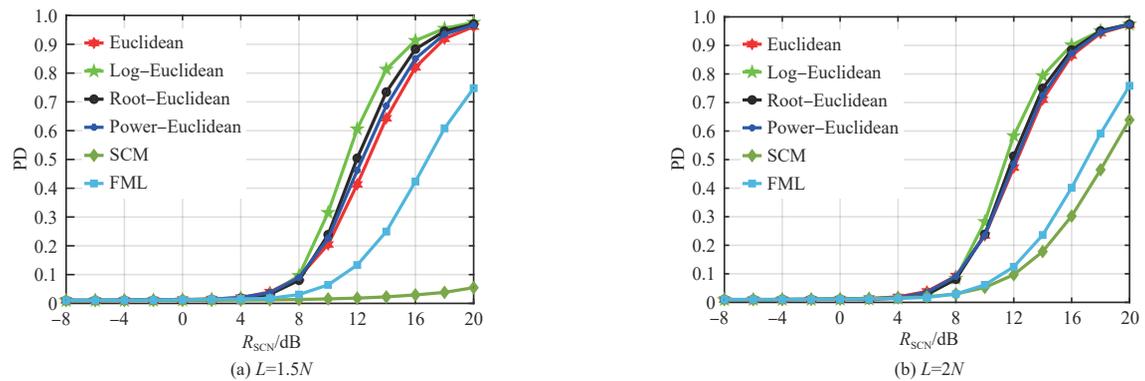


Fig.6 PD of the two-step detectors versus SCNR

图6 不同SCNR下的两步检测器的PD

5 结论

本文针对部分均匀环境下样本数据有限以及样本数据中存在异常值时的扩展目标检测问题，设计了一类基于几何中心的两步自适应检测器。仿真及实测结果表明，不论是在数据选择方面，还是在目标检测方面，基于 Log-Euclidean 的两步检测器性能都要优于基于其他几何中心的两步检测器。同时，所有的基于几何中心的两步检测器性能均要好于 FML 和 SCM。此外，在样本数不足的情况下，基于 Log-Euclidean 的两步检测器仍能实现较优的数据选择性能和检测性能。

参考文献：

- [1] LIU Weijian, LIU Jun, HAO Chengpeng, et al. Multichannel adaptive signal detection: basic theory and literature review[J]. Science China Information Sciences, 2022,65(2):121301. doi:10.1007/s11432-020-3211-8.
- [2] YE Hang, WANG Yongliang, LIU Weijian, et al. Adaptive detection in partially homogeneous environment with limited samples based on geometric barycenters[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022(29):2083-2087. doi:10.1109/LSP.2022.3207617.
- [3] YE Hang, WANG Yongliang, LIU Weijian, et al. Adaptive detection based on gradient test and durbin test in spectrally symmetric interference[J]. Signal Processing, 2023(203):108793.
- [4] KELLY E J. An adaptive detection algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1986, AES-22(2): 115-127. doi:10.1109/TAES.1986.310745.

- [5] WARD J. Space-time adaptive processing for airborne radar[C]// 1995 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Detroit,MI,USA:IEEE, 1995:2809–2812.
- [6] 王永良,刘维建,谢文冲,等. 机载雷达空时自适应检测方法研究进展[J]. 雷达学报, 2014,3(2):201–207. (WANG Yongliang, LIU Weijian,XIE Wenchong,et al. Research progress of space-time adaptive detection for airborne radar[J]. Journal of Radars, 2014,3(2):201–207.) doi:10.3724/SP.J.1300.2014.13081.
- [7] 谢文冲,段克清,王永良. 机载雷达空时自适应处理技术研究综述[J]. 雷达学报, 2017,6(6):575–586. (XIE Wenchong,DUAN Keqing,WANG Yongliang. Space time adaptive processing technique for airborne radar: an overview of its development and prospects[J]. Journal of Radars, 2017,6(6):575–586.) doi:10.12000/JR17073.
- [8] KAY S M,MARPLE S L. Spectrum analysis—a modern perspective[J]. Proceedings of the IEEE, 1981,69(11):1380–1419. doi:10.1109/PROC.1981.12184.
- [9] STOICA P, SHARMAN K C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Acoustics,Speech,and Signal Processing, 1990,38(7):1132–1143. doi:10.1109/29.57542.
- [10] REED I S,MALLETT J D,BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1974,AES-10(6):853–863. doi:10.1109/TAES.1974.307893.
- [11] CHEN Pinyun,MELVIN W L,WICKS M C. Screening among multivariate normal data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 1999, 69(1):10–29. doi:10.1006/jmva.1998.1788.
- [12] GERLACH K. Outlier resistant adaptive matched filtering[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002,38 (3):885–901. doi:10.1109/TAES.2002.1039406.
- [13] HAN Sudan,DE MAIO A,CAROTENUTO V,et al. Censoring outliers in radar data: an approximate ML approach and its analysis [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019,55(2):534–546. doi:10.1109/TAES.2018.2852418.
- [14] MELVIN W L,WICKS M C. Improving practical space-time adaptive radar[C]// Proceedings of the 1997 IEEE National Radar Conference. Syracuse,NY,USA:IEEE, 1997:48–53. doi:10.1109/NRC.1997.588124.
- [15] CONTE E,DE MAIO A,FARINA A,et al. Design and analysis of a knowledge-aided radar detector for Doppler processing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006,42(3):1058–1079. doi:10.1109/TAES.2006.248200.
- [16] KAY S M. Fundamentals of statistical signal processing:estimation theory[M]. Upper Saddle River,USA:Prentice Hall, 1993.
- [17] BARBARESCO F. Robust statistical radar processing in Fréchet metric space: OS-HDR-CFAR and OS-STAP processing in siegel homogeneous bounded domains[C]// 2011 the 12th International Radar Symposium(IRS). Leipzig,Germany:IEEE, 2011: 639–644.
- [18] AUBRY A,DE MAIO A,PALLOTTA L,et al. Covariance matrix estimation via geometric barycenters and its application to radar training data selection[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2013,7(6):600–614. doi:10.1049/iet-rsn.2012.0190.
- [19] AUBRY A,DE MAIOA,PALLOTTA L,et al. Median matrices and their application to radar training data selection[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2014,8(4):265–274. doi:10.1049/iet-rsn.2013.0043.
- [20] GINI F,GRECO M. Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter[J]. Signal Processing, 2002,82(12):1847–1859. doi:10.1016/S0165-1684(02)00315-8.
- [21] MELVIN W L. Space-time adaptive radar performance in heterogeneous clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000,36(2):621–633. doi:10.1109/7.845251.
- [22] CUI Guolong,KONG Lingjiang,YANG Xiaobo,et al. UMPI test in SIRV distribution for the multi-rank signal model[J]. IEICE Transactions on Communications, 2011,E94.B(1):368–371. doi:10.1587/transcom.E94.B.368.
- [23] HUA Xiaoqiang,ONO Y,PENG Linyu,et al. Unsupervised learning discriminative MIG detectors in nonhomogeneous clutter[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022,70(6):4107–4120. doi:10.1109/TCOMM.2022.3170988.
- [24] HUA Xiaoqiang,ONO Y,PENG Linyu,et al. Target detection within nonhomogeneous clutter via total bregman divergence-based matrix information geometry detectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021(69):4326–4340.
- [25] 刘维建. 多通道雷达信号自适应检测技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2014. (LIU Weijian. Adaptive detection for multichannel radar signals[D]. Changsha,China:National University of Defense Technology, 2014.) doi:10.7666/d.D01107968.
- [26] DE MAIO A,IOMMELLI S. Coincidence of the Rao test,Wald test,and GLRT in partially homogeneous environment[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008(15):385–388. doi:10.1109/LSP.2008.920016.
- [27] LIU Weijian,XIE Wenchong,LIU Jun,et al. Adaptive double subspace signal detection in Gaussian background—part II: partially homogeneous environments[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014,62(9):2358–2369.
- [28] 闫林杰,郝程鹏,殷超然,等. 部分均匀环境下适用于空间对称线阵的修正广义似然比检测方法[J]. 雷达学报, 2021,10(3): 443–452. (YAN Linjie,HAO Chengpeng,YIN Chaoran,et al. Modified generalized likelihood ratio test detection based on a

- symmetrically spaced linear array in partially homogeneous environments[J]. *Journal of Radars*, 2021,10(3):443–452.)
- [29] 丁昊,薛永华,黄勇,等. 均匀和部分均匀杂波中子空间目标的斜对称自适应检测方法[J]. *雷达学报*, 2015,4(4):418–430. (DING Hao, XUE Yonghua, HUANG Yong, et al. Persymmetric adaptive detectors of subspace signals in homogeneous and partially homogeneous clutter[J]. *Journal of Radars*, 2015,4(4):418–430.) doi:10.12000/JR14133.
- [30] KRAUT S, SCHARF L L, BUTLER R W. The adaptive coherence estimator: a uniformly most-powerful-invariant adaptive detection statistic[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005,53(2):427–438. doi:10.1109/TSP.2004.840823.
- [31] CONTE E, DE MAIO A, RICCI G. GLRT-based adaptive detection algorithms for range-spread targets[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001,49(7):1336–1348. doi:10.1109/78.928688.
- [32] LIU Weijian, LIU Jun, HUANG Lei, et al. Rao tests for distributed target detection in interference and noise[J]. *Signal Processing*, 2015(117):333–342. doi:10.1016/j.sigpro.2015.06.012.
- [33] LIU Jun, LIU Weijian, TANG Bo, et al. Distributed target detection exploiting persymmetry in Gaussian clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019,67(4):1022–1033. doi:10.1109/TSP.2018.2887405.
- [34] LIU Weijian, LIU Jun, DU Qinglei, et al. Distributed target detection in partially homogeneous environment when signal mismatch occurs[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018,66(14):3918–3928. doi:10.1109/TSP.2018.2841860.
- [35] CUI Guolong, KONG Lingjiang, YANG Xiaobo, et al. Distributed target detection with polarimetric MIMO radar in compound-Gaussian clutter[J]. *Digital Signal Processing*, 2012,22(3):430–438. doi:10.1016/j.dsp.2011.10.015.
- [36] HAO Chengpeng, MA Xiaochuan, SHANG Xiuqin, et al. Adaptive detection of distributed targets in partially homogeneous environment with Rao and Wald tests[J]. *Signal Processing*, 2012,92(4):926–930. doi:10.1016/j.sigpro.2011.10.005.
- [37] HORN R A, JOHNSON C R. *Matrix analysis*[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.
- [38] ARSIGNY V, FILLARD P, PENNEC X, et al. Geometric means in a novel vector space structure on symmetric positive-definite matrices[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2007,29(1):328–347. doi:10.1137/050637996.
- [39] BRIMBERG J. The fermat—weber location problem revisited[J]. *Mathematical Programming*, 1995,71(1):71–76. doi:10.1007/BF01592245.
- [40] OSTRESH L M. On the convergence of a class of iterative methods for solving the weber location problem[J]. *Operations Research*, 1978,26(4):597–609. doi:10.1287/opre.26.4.597.
- [41] FLETCHER P T, VENKATASUBRAMANIAN S, JOSHI S. Robust statistics on Riemannian manifolds via the geometric median[C]// 2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Anchorage, AK, USA: IEEE, 2008: 1–8. doi: 10.1109/CVPR.2008.4587747.
- [42] CHARFI M, CHEBBI Z, MOAKHER M, et al. Bhattacharyya median of symmetric positive-definite matrices and application to the denoising of diffusion-tensor fields[C]// 2013 IEEE the 10th International Symposium on Biomedical Imaging. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2013:1227–1230. doi:10.1109/ISBI.2013.6556702.
- [43] STEINER M, GERLACH K. Fast converging adaptive processor or a structured covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000,36(4):1115–1126. doi:10.1109/7.892662.
- [44] AUBRY A, DE MAIO A, CAROTENUTO V. Optimality claims for the FML covariance estimator with respect to two matrix norms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013,49(3):2055–2057. doi:10.1109/TAES.2013.6558039.
- [45] KARBASI S M. Joint likelihood estimation and model order selection for outlier censoring[J]. *IET Radar Sonar & Navigation*, 2021,15(6):561–573. doi:10.1049/rsn2.12072.
- [46] CONTE E, DE MAIO A, GALDI C. Statistical analysis of real clutter at different range resolutions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004,40(3):903–918. doi:10.1109/TAES.2004.1337463.

作者简介：

叶 行(1999–), 男, 硕士, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理、雷达目标检测。email: yehang202112@163.com

刘维建(1982–), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理、雷达目标检测。

王永良(1965–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理。

刘 军(1983–), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达目标检测。

陈 辉(1974–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理。