

文章编号: 2095-4980(2024)02-0186-08

## 基于近端算子 PHMC 的机载雷达高度表参数估计

郭牧欣, 江 舸\*, 黄 博, 经 文

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

**摘 要:** 传统雷达高度表参数估计算法在面对参数的高维特性时会出现过拟合情况, 导致参数估计精确度降低。为此, 提出一种新颖的基于近端算子修正的哈密顿蒙特卡洛(PHMC)算法, 通过统计学的手段估计高程参数。首先假设高程参数具有稀疏特性, 并使用拉普拉斯分布对其进行表征, 这种稀疏先验可表征高程突变的地形场景。稀疏先验与似然函数之间为非共轭关系, 使用分层贝叶斯的方法获得后验分布函数的闭合解, 采用哈密顿蒙特卡洛(HMC)方法通过采样的方式解决贝叶斯推论中的参数估计问题, 引入近端算子提供次梯度完成参数估计。仿真数据验证了所提 PHMC 算法优于其他传统算法。

**关键词:** 雷达高度表; 哈密顿蒙特卡洛方法; 分层贝叶斯; 近端算子

中图分类号: TN914.42

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2022023

## Elevation parameter estimation for radar altimetry using Proximal Hamiltonian Monte Carlo

GUO Muxin, JIANG Ge\*, HUANG Bo, JING Wen,

(Institute of Electronics Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621999, China)

**Abstract:** Conventional radar altimetry parameter estimation algorithms often suffer from overfitting due to the high dimensionality of the parameters to be estimated. To this end, a novel Proximal Hamiltonian Monte Carlo(PHMC) algorithm is proposed to estimate the elevation parameters in a statistical way. More specifically, Laplace distribution is employed to characterize the sparse prior to achieve the confidence estimation for the elevation parameters. This prior can depict the terrain scenes with abrupt elevation changes. However, due to the non-conjugation between the sparse prior and Gaussian likelihood function, the hierarchical Bayesian is employed to obtain the closed-form solution of posterior distribution function. To overcome the difficulty of the Bayesian inference of high-dimensional posterior, the Hamiltonian Monte Carlo(HMC) is utilized to solve the parameter estimation problem in fully Bayesian inference. Since the potential energy obtained by posterior distribution does not satisfy the differentiable requirement of HMC, the proximal operator is applied to provide the sub-gradient to estimate parameters. Comparisons with the results using synthesis and practical data have demonstrated the superiority of the proposed PHMC over other conventional algorithms.

**Keywords:** radar altimeter; Hamiltonian Monte Carlo; hierarchical Bayesian; proximal operator

雷达高度表作为一种重要的微波遥感仪器, 可通过发射脉冲和记录回波测量平台的高度, 可搭载于不同运动平台实现不同场景下的测量需求<sup>[1]</sup>。Brown 模型<sup>[2]</sup>可提供雷达高度表回波与高程参数的关系, 如平台的高度、有效波高度和后向散射系数, 高程参数可通过参数估计算法获得。在参数估计算法方面, 现有的方法主要分为两类: 第一类为传统的参数估计算法, 这类算法需要建立一个目标函数并将其负对数作为损失函数并最小化优化。这类方法不考虑信号及参数的特征进行参数估计, 如最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)<sup>[3]</sup>, 加权<sup>[4]</sup>或非加权最小二乘法(Least Squares, LS)<sup>[5]</sup>, Levenberg-Marquardt(LM)<sup>[6]</sup>以及 Nelder-Mead 法<sup>[7]</sup>等。文献[8]提出使用 LM 算法进行高度表高程参数估计, 该参数可控制算法收敛速度, 缺点是计算量大。文献[9]针对 LM 算法

收稿日期: 2022-01-18; 修回日期: 2022-03-08

\*通信作者: 江 舸 email:Jiangge321@163.com

计算量大的问题，提出NR(Newton-Raphson)算法，解决了重追踪计算量大的问题。然而，传统迭代类参数估计算法受步长因素等限制，存在步长过大，会导致收敛精确度低；步长过小，可能会导致计算量过大且陷入局部最优问题。随着数据量及数据维度的增加，传统的参数算法在参数估计中可能会出现过拟合问题，导致估计精确度下降。传统参数估计为点估计算法，如最大似然、最大后验概率等，其获得的估计值为静态的，没有一个解析的参考误差区间。文献[7]通过考虑回波信号中参数变化的平滑特性提出一种“平滑先验”，并提出“三步”算法。该算法首先估计出参数，然后用高斯滤波器处理参数，最后，根据滤波结果重新估计参数。文献[10]提出连续回波之间的相关性，证明了在考虑了有效的先验信息后参数估计的准确性可以得到提高。文献[11]考虑了连续测高回波之间的相关性，在贝叶斯模型中使用平滑性的先验。这两种方法着重于参数平滑变化的特性。稀疏先验广泛用于合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)成像<sup>[12-13]</sup>。然而，通过描述稀疏性来估计雷达测高参数的工作还很少。为此本文采用了统计学方法：通过考虑有益先验，使信号的特征更加完整。

本文针对机载雷达测高回波提出一种基于近端算子的哈密顿蒙特卡洛算法。使用拉普拉斯分布对高程参数的稀疏性进行表征，在这种情况下，难以得到后验分布函数的闭式解。其原因是稀疏先验与似然函数之间为非共轭关系，采用分层贝叶斯方法，通过贝叶斯公式获得了后验分布函数的闭合解。由于观测函数的先验函数中含有多重积分，传统估计算法难以从条件后验分布中计算出高程参数。本文采用HMC通过采样的方式解决贝叶斯推论中的参数估计问题。由于通过后验分布获得的能量函数不满足HMC算法中可微的要求，因此引入近端算子通过提供次梯度从而完成参数估计。使用仿真机载雷达测高回波对所提出的PHMC算法进行评估，仿真数据验证了所提PHMC算法优于传统算法。

## 1 雷达高度表信号模型

### 1.1 雷达高度表信号模型

雷达测高信号可线性表示为：

$$Y_i = X(\theta_i) + N \quad (1)$$

式中： $Y_i \in C^T (T=128)$ 为雷达高度表观测回波； $X$ 为雷达高度表回波信号； $\theta$ 为雷达观测区域内高程参数； $i$ 为时间序列； $N$ 为加性高斯白噪声， $N \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ， $\sigma$ 为雷达回波信号中的噪声方差。

### 1.2 雷达高度表参数模型

为提升参数估计的精确度，本文采用延迟/多普勒高度表(Delay/Doppler Altimeter, DDA)作为雷达回波参数模型。DDA在传统高度表基础上，通过在顺轨向上引入合成孔径技术，提升了顺轨向上的分辨力、测量精确度<sup>[14]</sup>。其平均功率表达式 $P(t, f)$ 由3项卷积组成：平坦表面脉冲响应(Flat Surface Impulse Response, FSIR)、概率密度函数(Probability Density Function, PDF)以及雷达点目标响应(Point Target Response, PTR)：

$$P(t, f) = FSIR(t, f) * PDF * PTR(t, f) \quad (2)$$

式中 $t, f$ 分别表示双程测距时间和多普勒频率。由文献[3]可知，延迟/多普勒高度表信号可表示为：

$$x(t) = \sum_{a=1}^A P(t - \delta_{ta}, f_a) \quad (3)$$

式中： $\delta_{ta}$ 为以秒表示的延迟补偿； $a$ 为多普勒波束个数； $A=64$ 。独立的测高回波可用矢量表示为 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_J]^T$ ， $J=1, 2, \dots, 128$ ，其中 $x_j = \mathbf{x}(jT)$ ， $T$ 为雷达发射信号周期。

## 2 基于统计贝叶斯的参数分布推论

提出一种基于统计贝叶斯的方法：引入可表征目标特性的先验分布并对噪声进行建模。使用贝叶斯公式将似然函数与参数的先验函数联系在一起，获得目标参数的后验概率密度函数：

$$f(X|Y) = \frac{f(X)f(Y|X)}{f(Y)} \quad (4)$$

式中： $f(X|Y)$ 表示联合后验分布函数； $f(X)$ 为参数的先验函数； $f(Y|X)$ 为似然函数，表示各项参数与观测信号的统计学关系； $f(Y)$ 为观测信号的先验分布函数。本文中所有未知参数都认为是随机量并赋予概率分布。引入特定

的先验分布函数  $f(\theta | \omega)$  表征待估计参数的特定特性。观测信号  $Y_i$  可表示成与似然函数  $f(Y|\theta, \sigma^2)$  相关的随机过程。在贝叶斯模型下，每个变量之间的关系可通过有向无环图(Directed Acyclic Graph, DAG)表示，如图 1 所示。观测信号  $Y$  假设为显性变量，参数  $X(\theta)$ 、噪声  $N$ 、噪声方差  $\sigma$  为隐性变量， $a$ 、 $b$  为超参数  $\varepsilon$  的尺度及形状因子。

### 2.1 先验假设

稀疏先验广泛用于 SAR 成像中，假设雷达高度表回波信号中的高程参数具有稀疏特性并对此特性进行建模。 $\ell_0$  范数是表征稀疏最有效的方式，该范数可通过记录向量中零元素的个数从而表征稀疏，但  $\ell_0$  范数的正则化本身是 NP-hard 问题，难求其解。本文采用范数正则化表征稀疏，而  $\ell_1$  范数正则化可等同于拉普拉斯分布(Laplace distribution)，故可通过使用拉普拉斯分布来表征参数的稀疏特性<sup>[15]</sup>：

$$f(\theta | \lambda) = \frac{\lambda}{2} \exp\left(-\frac{\lambda}{2} \|\theta\|_1\right) \quad (5)$$

式中  $\lambda$  为拉普拉斯分布的尺度因子。

对噪声模型进行建模，假设雷达高度表回波信号受加性高斯白噪声影响，为增强对噪声方差表征的完备性，对噪声方差  $\sigma^2$  使用无信息先验进行建模。更准确地说，假设噪声的方差服从杰里夫斯(Jeffreys)分布：

$$f(\sigma^2) = \prod_{j=1}^J \frac{1}{\sigma_j^2} \Pi_{\mathbb{R}^+}(\sigma_j^2) \quad (6)$$

式中  $\Pi_{\mathbb{R}^+}(\cdot)$  为指示函数。

### 2.2 似然函数

在雷达高度表回波信号受加性高斯白噪声影响的假设下，观测信号  $Y$  的似然函数可表示为：

$$f(Y|\theta, \sigma^2) \propto \left(\prod_{j=1}^J \sigma_j^2\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\|(k_i)\|_2^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (7)$$

式中  $k_i = Y_i - X_i$ 。

### 2.3 分层贝叶斯

分层贝叶斯模型可构建似然函数各项参数先验分布之间的联系，可用于估计后验分布的结构化分层模型。本文拟使用拉普拉斯分布对参数稀疏特性进行建模，由于先验分布函数(5)与似然函数(7)为非共轭，故无法获得具体联合后验分布函数的形式，分层贝叶斯可解决这一问题。文献[14]中，拉普拉斯分布被分为高斯分布与伽马分布：

$$f(\theta|\omega) = CN(\theta|0, \omega) \quad (8)$$

式中  $\omega$  为关于参数  $\theta$  的超参数，其分布服从伽马分布：

$$f(\omega|\varepsilon^2) \propto \Gamma(\omega|\eta, \varepsilon^2) \quad (9)$$

式中： $\varepsilon^2$  为伽马分布的尺度因子； $\eta$  为形状因子。当  $\eta = 1.5$  时， $f(\theta|\varepsilon^2) = \int f(\theta|\omega)f(\omega|\varepsilon^2)d\omega$  为 Laplace 分布<sup>[15]</sup>。

### 2.4 后验分布函数

联合后验分布可通过先验分布与似然函数进行推导：

$$f(\theta, \sigma^2, \varepsilon^2|y) \propto f(y|\theta, \sigma^2, \varepsilon^2)f(\theta, \sigma^2, \varepsilon^2) \quad (10)$$

本节将详细推导基于分层贝叶斯模型下的参数后验分布。根据贝叶斯模型，关于参数  $\{\theta, \varepsilon^2, \sigma^2\}$  的联合后验分

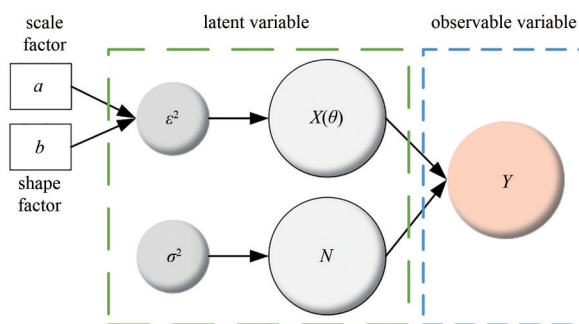


Fig.1 DAG of the relationship among the altimetry parameters  
图1 高程回波信号各参数关系有向无环图

布可通过式(5)~式(10)得到：

$$f(\theta, \sigma^2, \varepsilon^2|y) \propto f(y|\theta, \sigma^2, \varepsilon^2) f(\theta, \sigma^2, \varepsilon^2) \propto \left( \prod_{j=1}^J \sigma_j^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{\|k_i\|_2^2}{2\sigma_j^2} \right) * CN(\theta|0, \omega) * \Gamma(\omega|\eta, \varepsilon^2) * \Gamma(\varepsilon^2|b, c) * \prod_{j=1}^J \frac{1}{\sigma_j^2} \Pi_{\mathbb{R}}(\sigma_j^2) \quad (11)$$

其中，关于高程参数条件后验分布函数可通过式(7)~式(8)获得：

$$f(\theta|Y, \sigma^2, \varepsilon^2) \propto f(Y|\theta, \sigma^2) f(\theta|\varepsilon^2) \propto \exp \left( -\frac{\|k_i\|_2^2}{2\sigma^2} - \frac{\|\theta\|_2^2}{2\varepsilon^2} \right) \quad (12)$$

假设噪声的方差分布为 Jeffreys 分布，根据 Jeffreys 先验知识，可以很容易地得到噪声方差的条件后验分布：

$$f(\sigma^2|Y, \theta, \varepsilon^2) \propto f(Y|\theta, \sigma^2) f(\sigma^2) \propto Ig \left( \frac{1}{2}, \frac{\|k_i\|_2^2}{2} \right) \quad (13)$$

式中  $Ig(\cdot)$  为逆伽马分布。通过式(7)、式(9)可获得超参数的后验分布函数：

$$f(\varepsilon^2|Y, \theta, \sigma^2) \propto Ig \left( \frac{1}{2}, \frac{\|\theta\|_2^2}{2} \right) \quad (14)$$

通过贝叶斯模型获得后验分布函数的闭合解，但传统方法不能很好地解决贝叶斯公式中关于观测信号  $Y$  的似然函数为多重积分问题。为此，本文采用 HMC 算法通过采样方法解决该问题，并对参数进行优化。

### 3 PHMC 算法

传统方法难从目标后验分布中获得目标参数的解析解，而统计采样方法可为此问题提供解决思路。目前统计采样方法有马尔科夫蒙特卡洛(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)采样、MH(Metropolis-Hastings)采样、Gibbs 采样等。MCMC 采样由于随机游走中接受率较低，采样效率低于 Gibbs 采样而未被广泛使用；Gibbs 采样适用于常规分布的采样。近年流行的 HMC 算法<sup>[16-17]</sup>基于 Gibbs 采样，引入哈密顿动力学策略，并结合 MH 高接受率实现了更为稳健的采样。该采样方法基于势能与动能之间的能量转换完成优化过程。 $X \in \mathbf{C}^N$  定义为待估计参数， $f(X)$  表示该参数服从的分布。该算法估计过程如下：首先对后验分布函数取负对数，获得势能函数  $U(\mathbf{x})$ ： $U(\mathbf{x}) \propto -\log(f(X))$ ，其中  $\mathbf{x}$  表示系统中位置矢量；接着通过位置矢量  $\mathbf{x}$  以及速度  $\mathbf{q}$  分别求解势能以及动能；最后，哈密顿动量  $H$  可由势能  $U(\mathbf{x})$  以及动能  $K(\mathbf{q})$  组成：

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = U(\mathbf{x}) + K(\mathbf{q}) \quad (15)$$

式中：动能  $K(\mathbf{q})$  可简单表示为： $K(\mathbf{q}) = \mathbf{q}^T \mathbf{q}$ 。而在哈密顿动态过程中，系统能量变化服从能量转移定理：

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}} \end{cases} \quad (16)$$

式(16)表示哈密顿动态中第  $i$  次能量转换过程。在第  $i$  次迭代中，上一次迭代结果  $\mathbf{x}(i-1)$  以及从高斯分布中采样得到速度  $\mathbf{q}$  可作为本次迭代的初始参数。哈密顿过程主要包含两个步骤：第一步是从高斯分布  $N(0, 1)$  中采集出一个随机值作为初始速度  $\mathbf{q}$  并计算出其动能  $K(\mathbf{q})$ ；第二步则是通过跳蛙法逐步更新位置矢量  $\mathbf{x}$  以及速度  $\mathbf{q}$ 。在整个迭代过程中，最终的位置矢量  $\mathbf{x}'$  以及速度  $\mathbf{q}'$  可由离散化哈密顿过程得到，而该离散化过程主要由跳蛙法实现。具体描述为：跳蛙法通过半步长迭代增加位置矢量以及速度的迭代次数，如：跳蛙次数为  $L_f$ ，步长为  $\zeta$  的第  $s$  次迭代过程可表示为：

$$\begin{cases} \mathbf{q} \left[ s, (\lambda + \frac{1}{2})\zeta \right] = \mathbf{q}(s, \lambda\zeta) - \frac{\zeta}{2} \times \frac{\partial E}{\partial \mathbf{x}} \left[ \mathbf{x}(s, \lambda\zeta) \right] \\ \mathbf{p} \left[ s, (\lambda + 1)\zeta \right] = \mathbf{x}(s, \lambda\zeta) + \zeta \mathbf{q} \left[ s, (\lambda + \frac{1}{2})\zeta \right] \\ \mathbf{q} \left[ s, (\lambda + 1)\zeta \right] = \mathbf{q}(s, \lambda\zeta) - \frac{\zeta}{2} \times \frac{\partial E}{\partial \mathbf{x}} \left[ \mathbf{x}(s, (\lambda + 1)\zeta) \right] \end{cases} \quad (17)$$

式中  $\partial$  为偏导数。在通过  $L_f$  次跳蛙后，通过 MH 判别可获得最终的位置矢量以及速度：

$$\min \{1, [\mathbf{x} + \mathbf{q} - (\mathbf{x}' + \mathbf{q}')] \} \quad (18)$$

对于平滑函数，可通过梯度下降算法直接求解其极值，而函数为非平滑时，梯度下降不再适用。对于次梯度，并未对函数平滑性提出要求。HMC 系统中的势能函数含有不可微的部分，通过直接求解梯度的方式不可行，本文引入近端算子<sup>[18]</sup>获得导数的近似值求解不可微函数。假设  $u(x)$  为非平滑的势能函数，其近端算子可表示为：

$$\text{prox}_{\mu}(x) = \arg \min_v \left( u(x) + \frac{1}{2\mu} \|v - x\|_2^2 \right) \quad (19)$$

式中： $\mu$  为近端算子的尺度因子； $v$  表示参数  $x$  的代替值。

势能函数可重新表示为：

$$U(\mathbf{x}) = G(\mathbf{x}) + u(\mathbf{x}) \quad (20)$$

式中： $G(x) = \frac{\|y - s(x)\|_2^2}{2\sigma^2}$  为平滑可微函数； $u(x) = \frac{\|x\|_1^2}{2\epsilon^2}$  为不可微函数，需求解  $u(x)$  的近端算子：

$$\text{prox}_{\mu}(v) = \arg \min_v \left( \frac{\|x\|_1^2}{2\epsilon^2} + \frac{1}{2\mu} \|v - x\|_2^2 \right) \quad (21)$$

$\text{prox}_{\mu}(v)$  为  $x$  的软阈值近端算子<sup>[19]</sup>，此时第  $r$  次迭代过程为：

$$\begin{cases} q\left[r, \left(k + \frac{1}{2}\right)\xi\right] = q(r, k\xi) - \frac{\xi}{2} \times \left\{ x(r, k\xi) - \left[ \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right] \right\} \\ x\left[r, (k+1)\xi\right] = x(r, k\xi) + \xi q\left[r, \left(k + \frac{1}{2}\right)\xi\right] \\ q\left[r, (k+1)\xi\right] = q(r, k\xi) - \frac{\xi}{2} \times \left\{ x\left[r, (k+1)\xi\right] - \left[ \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right] \right\} \end{cases} \quad (22)$$

最后，PHMC 仍使用 MH 规则对优化参数进行判别。该算法可以表示如下：

**Algorithm 1:** proximal operator using in Hamiltonian dynamics for Posterior distributions

1. initialize with  $p(0)$ ;
2. set the iteration number  $K_{L_f}$ ,  $\xi$ ,  $s=0$
3. for  $s=1, 2, \dots, S$  do
4. sample  $q(s, 0) \sim N(0, I_N)$
5. compute  $q\left(s, \frac{1}{2}\xi\right) = q(s, 0) - \frac{1}{2}\xi \left[ p(s, 0) - \left( \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right) \right]$
6. compute  $p(s, \xi) = p(s, 0) + \xi q\left(s, \frac{1}{2}\xi\right)$
7. compute  $q\left(s, \xi\right) = q\left(s, \frac{1}{2}\xi\right) - \frac{1}{2}\xi \left( p(s, \xi) - \left( \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right) \right)$
8. for  $K_{L_f} = 1$  to  $K_{L_f} - 1$  do:
9. compute  $q\left(s, \left(K_{L_f} + \frac{1}{2}\right)\xi\right) = q\left(s, K_{L_f}\xi\right) - \frac{\xi}{2} \left( p\left(s, \lambda\xi\right) - \left( \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right) \right)$
10. compute  $p\left(s, \left(K_{L_f} + 1\right)\xi\right) = p\left(s, K_{L_f}\xi\right) + \xi q\left(s, \left(K_{L_f} + \frac{1}{2}\right)\xi\right)$
11. end
12. compute  $q\left(s, \left(K_{L_f} + \frac{1}{2}\right)\xi\right) = q\left(s, K_{L_f}\xi\right) - \frac{\xi}{2} \left( p\left(s, \lambda\xi\right) - \left( \text{prox}(x) + \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right) \right)$
13. use MH acceptance:
 
$$\min \{1, \exp(H(p(s, K_{L_f}\xi)) - H(p(s, \xi))) - H(p(s, \xi))\}$$
14.  $p^* = p(s, K_{L_f}\xi)$  and  $q^* = q(s, K_{L_f}\xi)$
15. end

4 实验验证

本次实验使用估计偏差(Bias)比较估计参数和真实参数的差异,从而评估估计结果的质量。Bias 可表示为:

$$Bias(\theta_{\text{esti}}) = \|\theta - \theta_{\text{esti}}\| \tag{23}$$

式中:  $\theta$  为真值参数;  $\theta_{\text{esti}}$  为估计参数。后续可通过以上判决标准对算法的估计结果进行比较。

本文使用仿真数据与实测数据对算法的有效性进行验证,首先使用仿真数据验证所提算法的有效性。在确定了地面场景后设置雷达模拟参数,通过一系列仿真过程可以得到模拟回波。然后,通过遍历匹配将布朗模型产生的波形和合成回波进行优化匹配。最后,检索 Brown 模型和回波的均方根误差(Root-Mean-Square Error, RMSE),当其达到最小时,认为此时的参数值为真值。图 2(a)为达到最佳匹配时, Brown 模型和合成回声的相似度(只考虑前缘的拟合)。这 2 个波形在前沿之前拟合不是很好,这是由于布朗模型不能很好地描述不平整的表面。本文所估计参数位于回波前沿,可忽略前沿之前不匹配的情况。根据图 2(a),此时得到的参数可被认为是测量数据的真值,它为后续估计提供了一个标准值。

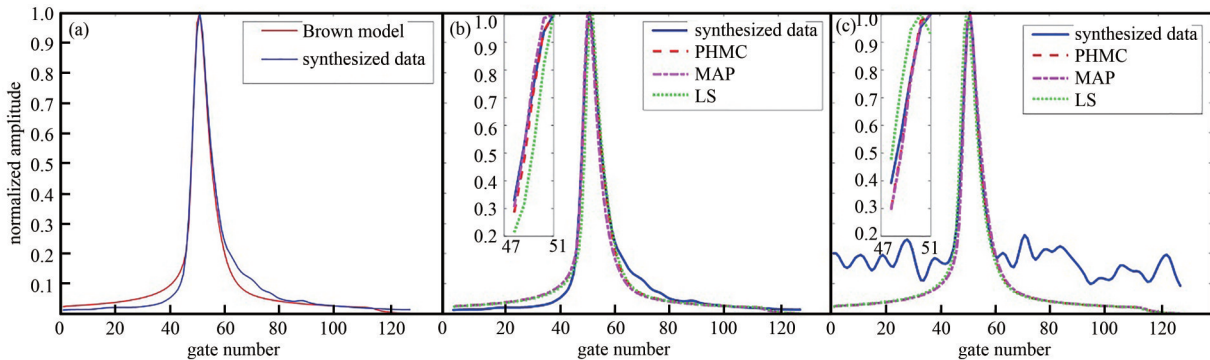


Fig.2 (a) match between the simulation and the model;(b) results of parameter estimation under 100 dB; (c) results of parameter estimation under -10 dB

图2 (a) 仿真数据与模型匹配;(b) 100 dB 下 3 种参数估计算法结果;(c) -10 dB 下 3 种参数估计算法结果

为证明所提 PHMC 算法的有效性,与传统的估计算法 LS 和 MAP(Maximum A Posteriori)进行比较。3 种算法用来估计不同信噪比下的参数(设定信噪比为 100 dB、10 dB、0 dB 以及 -10 dB,其中 100 dB 为无噪声信号)。图 2 (b)~(c)显示了 LS、MAP 和 PHMC 算法在不同信噪比下的结果。

表 1 为不同信噪比下使用不同算法的估计参数的偏差。从表 1 中不难看出,在多种信噪比下,PHMC 算法相较于传统参数估计算法的估计结果更加精确。分析表 1 中数据可知:仿真回波信噪比从高信噪比下降到低信噪比时,MAP 与 PHMC 算法估计结果相较于 LS 算法更为稳定。当信噪比降低时,仿真波形发生较大变化,传统参数估计算法估计精确度降低。表 2 为 PHMC 和 MAP 相对 LS 在不同信噪比下的定量计算,可以看出,与 LS 相比,PHMC 的计算精确度在无噪声条件下提高了 65.63%,在 -10 dB 条件下提高了 77.06%。在 -10 dB 时,受噪声影响,可观察到回波发生较大变化。进一步分析可计算出 PHMC 以及 MAP 算法相较于 LS 算法估计精确度提升百分比,如表 2 所示。

表 1 不同信噪比下参数估计偏差结果

method	bias under different SNRs			
	100 dB	10 dB	0 dB	-10 dB
LS	0.96	0.96	1.11	2.18
MAP	0.55	0.56	0.60	0.60
PHMC	0.33	0.36	0.36	0.50

表 2 不同信噪比下参数估计定量分析

method	accuracy improvement under different SNRs			
	100 dB	10 dB	0 dB	-10 dB
MAP	47.71%	49.55%	37.5%	72.48%
PHMC	65.63%	67.57%	70.83%	77.06%

本次实验使用传统 LS 方法与 MAP 估计方法以及贝叶斯理论下的 PHMC 算法分别进行了回波参数估计。基于仿真结果的定性以及定量分析,验证了该方法在估计性能以及估计精确度上相对传统 LS 方法,有大幅度提升。

使用机载雷达高度表实测数据进行验证。该机载雷达高度表实测数据由 40 000 个回波组成,使用前 5 000 个脉冲(这段数据所对应地面探测区域为农田)回波验证提出算法的有效性。为减小相干斑噪声的影响,本文将 100 个脉冲作为一组进行非相参叠加。表 3 为机载雷达高度表飞行平台的参数。

对于实测数据,估计偏差(Bias)不能为其提供准确的定量分析标准值。本文拟采用一种改进的评价标准

“STD at 20 Hz”<sup>[20]</sup>用于估计值与地面实况的偏差。该标准可将连续 20 个回波的估计平均值作为高程参数真实数据的参考标准，定义如下：

$$STD = \sqrt{\frac{1}{i} \sum_{i=1}^R [\theta_{\text{average}}(i) - \theta_{\text{esti}}(i)]^2} \quad (24)$$

式中  $\theta_{\text{average}}$  为 20 个连续回波估计的平均值。

图 3 为 3 种不同算法对实测数据验证的效果， $\tau$  为距离门，与高度参数相关。从图中可看出，PHMC 算法相较于其他算法，估计效果以及估计精确度更稳定。

其中“STD at 20 Hz”估计的平均值为 64.68。表 4 为不同算法在机载实测数据的估计结果，从表 4 可见，PHMC 以及 MH 的均值均比 LS 的估计结果更接近真实值。而 PHMC 算法的标准差为 3 种算法中最低，即 PHMC 算法有更稳定的估计结果。综合仿真数据以及实测数据分析可知，PHMC 算法相较于 LS 算法，性能更良好，可为 HMC 系统中能量函数不可微的情况提供更优的解决办法。

## 5 结论

本文提出了一种具有稀疏先验的机载雷达测高回波的估计算法。提出的 PHMC 算法可以很好地解决非光滑的能量函数：使用拉普拉斯分布描述雷达测高参数的稀疏性，使用分层贝叶斯解决似然函数与先验函数非共轭的问题，获得后验分布函数的闭合解；然后使用基于近端算子修正的 HMC 算法估计来自条件后验分布中的参数。采用机载雷达高度表仿真与实测数据对提出的 PHMC 算法进行验证，实验结果表明，考虑稀疏先验后的 PHMC 算法在不同信噪比下比其他算法效果更优。

## 参考文献：

- [1] 刘建新,林华,熊宗安,等. C波段脉冲雷达高度表设计[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2008,6(6):401-404. (LIU Jianxin,LIN Hua,XIONG Zongan,et al. Design of C band pulse radar altimeter[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2008,6(6):401-404.) doi:10.3969/j.issn.1672-2892.2008.06.001.
- [2] BROWN G. The average impulse response of a rough surface and its applications[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1977,25(1):67-74. doi:10.1109/TAP.1977.1141536.
- [3] HALIMI A,MAILHES C,TOURNERET J Y,et al. Parameter estimation for peaky altimetric waveforms[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013,51(3):1568-1577. doi:10.1109/TGRS.2012.2205697.
- [4] HALIMI A,MAILHES C,TOURNERET J Y,et al. A semi-analytical model for delay/Doppler altimetry and its estimation algorithm[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014,52(7):4248-4258. doi:10.1109/TGRS.2013.2280595.
- [5] AMAROCHE L,THIBAUT P,ZANIFE O Z,et al. Improving the Jason-1 ground retracking to better account for attitude effects[J]. Marine Geodesy, 2004,27(1/2):171-197. doi:10.1080/01490410490465210.
- [6] COTTLE R. Nonlinear programming[M]. [S.l.]:Wiley, 1972:588-589.
- [7] HALIMI A. From conventional to delay/Doppler altimetry[D]. Toulouse:University of Toulouse, 2013.
- [8] HALIMI A,MAILHES C,TOURNERET J Y. Cramer-Rao bounds and estimation algorithms for delay/Doppler and conventional altimetry[C]// The 21st European Signal Processing Conference(EUSIPCO 2013). Marrakech,Morocco:IEEE, 2013:1-5.
- [9] HALIMI A,MAILHES C,TOURNERET J Y,et al. Including antenna mispointing in a semi-analytical model for delay/Doppler altimetry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015,53(2):598-608. doi:10.1109/TGRS.2014.2326177.
- [10] SANDWELL D T,SMITH W H F. Retracking ERS-1 altimeter waveforms for optimal gravity field recovery[J]. Geophysical Journal International, 2005,163(1):79-89. doi:10.1111/j.1365-246X.2005.02724.x.
- [11] HALIMI A,MAILHES C,TOURNERET J Y,et al. Bayesian estimation of smooth altimetric parameters: application to

表 3 机载飞行平台参数

Table 1 Parameters of airborne radar altimetry

parameter	value
altitude/m	3 000
band width/M	100
pulse width/ $\mu\text{s}$	5
velocity/( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	65
antenna beam width/( $^{\circ}$ )	60
PRF/Hz	2 000

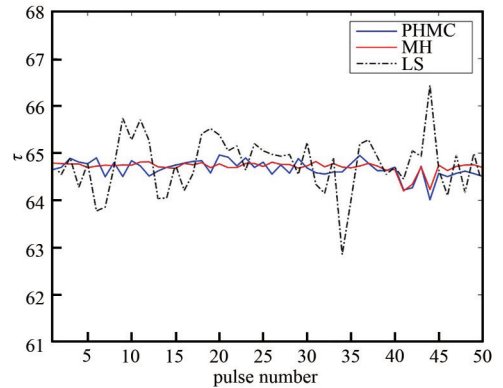


Fig.3 Estimation of PHMC, MH and LS with the practical airborne altimetry echoes

图 3 PHMC、MH、LS 三种算法估计结果

表 4 不同算法在机载实测数据上的估计结果

Table 4 Performance on practical airborne echo with different algorithms

method	means	STD
LS	64.76	1.34
MH	64.70	0.36
PHMC	64.67	0.34

- conventional and delay/Doppler altimetry[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016,54(4):2207–2219. doi:10.1109/TGRS.2015.2497583.
- [12] YANG Lei,ZHAO Lifan,BI Guoan,et al. SAR ground moving target imaging algorithm based on parametric and dynamic sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(4): 2254–2267. doi: 10.1109/TGRS.2015.2498158.
- [13] YANG Lei, ZHAO Lifan, ZHOU Song, et al. Sparsity-driven SAR imaging for highly maneuvering ground target by the combination of time-frequency analysis and parametric Bayesian learning[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2017,10(4):1443–1455. doi:10.1109/JSTARS.2016.2611005.
- [14] RANEY R K. A delay/Doppler radar altimeter for ice sheet monitoring[C]// 1995 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Firenze,Italy:IEEE, 1995:862–864. doi:10.1109/IGARSS.1995.521080.
- [15] BABACAN S D,MOLINA R,KATSAGGELOS A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010,19(1):53–63. doi:10.1109/TIP.2009.2032894.
- [16] CHAARI L,TOURNERET J Y,CHAUX C,et al. A hamiltonian Monte Carlo method for non-smooth energy sampling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016,64(21):5585–5594. doi:10.1109/TSP.2016.2585120.
- [17] HANSON K M. Markov Chain Monte Carlo posterior sampling with the Hamiltonian method[J]. Proceedings of SPIE, 2001 (4322):456–467.
- [18] COMBETTES P L,DŨNG Đ,VŨ B C. Proximity for sums of composite functions[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2011,380(2):680–688. doi:10.1016/j.jmaa.2011.02.079.
- [19] PARIKH N,BOYD S. Proximal algorithms[J]. Foundations and Trends® in Optimization, 2014, 1(3):127–239. doi:10.1561/2400000003.
- [20] GOMMENDINGER C,MARTIN-PUIG C,DINARDO S,et al. Improved altimetric accuracy of SAR altimeters over the ocean: observational evidence from Cryosat-2 SAR and Jason-2[C]// Proceeding of OSTST. San Diego,California:[s.n.], 2011:1–35.

#### 作者简介：

郭牧欣(1996–)，男，在读硕士研究生，主要研究方向为雷达高度表精确参数估计.email:gmuxin1996@163.com.

黄博(1986–)，男，博士，副研究员，主要研究方向为雷达高度表设计及信号处理。

江舸(1982–)，男，博士，副研究员，主要研究方向为雷达高度表及雷达成像。

经文(1989–)，男，博士，助理研究员，主要研究方向为雷达系统设计及目标特性研究。

(上接第 175 页)

- [38] GHANEM H,LEPILLIET S,DANNEVILLE F,et al. 300 GHz intermodulation/noise characterization enabled by a single THz photonics source[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2020,30(10):1013–1016. doi:10.1109/LMWC.2020.3020817.

#### 作者简介：

唐靖超(1991–)，男，博士，工程师，主要研究方向为太赫兹噪声系数测试测量及相关技术.email:jingchaotang@foxmail.com.

贾定宏(1990–)，男，高级工程师，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

姜万顺(1966–)，男，研究员，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹器件、部件、组件和模块技术研究。

王沫(1990–)，男，工程师，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

邓建钦(1980–)，男，研究员，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

张胜洲(1983–)，男，高级工程师，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

朱伟峰(1975–)，男，研究员，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

梁晓林(1987–)，男，高级工程师，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

石先宝(1988–)，男，高级工程师，主要研究方向为微波毫米波与太赫兹测试及相关技术研究。

宋青娥(1973–)，女，研究员，主要研究方向为噪声系数测试技术研究和产品开发。